

ACTA PHYSICA AUSTRIACA

UNTER MITWIRKUNG DER
ÖSTERREICHISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
HERAUSGEGEBEN VON
FRITZ REGLER UND HANS THIRRING
WIEN WIEN

SCHRIFTFÜHRUNG
PAUL URBAN
GRAZ

10. BAND 3. HEFT
MIT 84 ABBILDUNGEN
(AUSGEGEBEN IM AUGUST 1956)



WIEN
SPRINGER-VERLAG
1956

Die **Acta Physica** erscheinen zwanglos nach Maßgabe der einlaufenden Arbeiten in Heften wechselnden Umfanges, die zu Bänden von 400 bis 500 Seiten vereinigt werden. Arbeiten können in den Sprachen der internationalen Kongresse erscheinen.

Manuskripte sind entweder an die Schriftleitung der „Acta Physica Austriaca“, Prof. Dr. PAUL URBAN, Graz, Universitätsplatz 5, oder an den Springer-Verlag, Wien I., Mülkerbastei 5, zu richten; **alle geschäftlichen Mitteilungen** an den Springer-Verlag, Wien I., Mülkerbastei 5, Tel. U 26 5 60 Serie, Telegrammadresse: Springerbuch Wien.

Grundsätzlich werden nur Arbeiten aufgenommen, die vorher weder im Inland noch im Ausland veröffentlicht worden sind; der Autor verpflichtet sich, diese auch nachträglich nicht anderweitig zu veröffentlichen. Mit der Annahme und Veröffentlichung des Manuskriptes geht das ausschließliche Verlagsrecht für alle Sprachen und Länder auf den Verlag über. Es ist ferner ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages nicht gestattet, photographische Vervielfältigungen, Mikrofilme u. ä. von Heften der Zeitschrift, einzelnen Beiträgen oder von Teilen daraus herzustellen. Die Autoren erhalten 100 Separata ihrer Arbeit kostenlos und können maximal weitere 100 Separata zum angemessenen Preis beziehen. Die Bestellung muß mit dem dem Fahnenabzug beigelegten Bestellzettel bei der Rücksendung der korrigierten Fahnen erfolgen.

Allgemeine Richtlinien für die Abfassung von Beiträgen: Die Arbeit soll klar und verständlich geschrieben sein. Es ist Rücksicht auf jene Leser zu nehmen, die nicht mit demselben Problem vertraut sind. Auch ohne übermäßige und nicht verantwortbare Breite der Darstellung kann häufig ein eingefügter kleiner Satz dem Leser eine Stunde Nachdenken ersparen. Jede Niederschrift soll ein Ringen um das richtige Wort an der richtigen Stelle sein. Die Herausgeber erachten es als ihre Pflicht, Abhandlungen, die nach ihrem Dafürhalten den üblicherweise zu stellenden Anforderungen in dieser Hinsicht nicht voll entsprechen, zur Umarbeitung zurückzusenden.

Umfang: Obere Grenze etwa ein Druckbogen; längere Abhandlungen sind zu unterteilen.

Äußere Form: Maschinenschrift; einseitig beschriebene, fortlaufend bezifferte Blätter, linksseitig mit breitem freiem Rand.

Titelkopf: Titel der Arbeit (soll bereits unmißverständlich kennzeichnend für den behandelten Gegenstand sein). Darunter der Name des Verfassers mit ausgeschriebenem Vornamen. Darunter Angabe des Institutes, aus dem die Arbeit stammt, oder Privatschrift des Verfassers; darunter „Mit ... Abbildungen.“

Fortsetzung auf der III. Umschlagseite

10. Band/3. Heft. Inhaltsverzeichnis.

Seite

Seidl, Franziska. Über die Einwirkung verschiedener Strahlenarten auf Piezoquarze und Schwingkristalle	169
Ortner, G. Einfluß des Lichtes auf das Beweglichkeitsspektrum atmosphärischer Ionen	175
Higatsberger, M. J. Ausheizbare Hochvakuumdichtungen	181
Knizak, J. Messung inhomogener magnetischer Felder in engen Spalten	186
Weinzierl, P. Über die Wahl von Auflösungsvermögen und Quellenstärke bei Koinzidenzexperimenten	190
Brukl, A. und L. Balcarezyk. Zur Bestimmung der Kohlensäure in Luft	198
Reeger, E. Über Beobachtung und Photographie von Luftspiegelungen	206
Desoyer, Elisabeth. Zur Natur der photophoretischen Kräfte	221
Rohatschek, H. Zur Theorie der Gravitophotophorese	227
Blaha, F. Tertiäre Basistranslation von Zn-Kristallen	239
Preining, O. Ein experimenteller Beitrag zum Wärmeleitungsproblem bei der Differentialthermoanalyse	242
Schedling, J. A. und J. Wein. Differentialthermoanalytische Untersuchung der exothermen Reaktion von $\text{CaSO}_4 \cdot 2 \text{H}_2\text{O}$	247
Hittmair, O. Stripping-Reaktionen virtueller Niveaus	255
Penfield, R. H. and H. Zatzkis. Invariance Requirements and Conservation Laws	261
Rohatschek, H. Über die Kräfte der reinen Photophorese und der Gravitophotophorese	267
Sexl, Th. und E. Spurny. Zur anschaulichen Deutung des Auftretens von Energiebändern in einem periodischen Potentialfeld	287
Buchbesprechungen	292

Über die Einwirkung verschiedener Strahlenarten auf Piezoquarze und Schwingkristalle*

Von

Franziska Seidl

I. Physikalisches Institut der Universität Wien

(Eingelangt am 22. März 1956)

Die ersten Untersuchungen hinsichtlich einer Änderung der piezoelektrischen Eigenschaften des Quarzes zufolge Kathoden- und Röntgenbestrahlung wurden von RÖNTGEN und seinem Schüler JOFFÉ im Jahre 1913 am Physikalischen Institut der Universität in München durchgeführt. RÖNTGEN teilte in einer Publikation, die im gleichen Jahr in den *Annalen der Physik* erschienen ist, mit, daß er keine Änderung der piezoelektrischen Konstante durch Bestrahlung feststellen konnte. Er machte darauf aufmerksam, daß bei der Bestrahlung elektrische Spannungen und Ladungen im Quarz zustande kommen können, die mitunter längere Zeit anhalten, so daß größte Vorsicht bei den Messungen geboten erscheint. Als weiteren Anlaß für Meßfehler gibt er Verwachsungen im Kristall und Orientierungsfehler bei der Herstellung der Quarzplatten an. Ihnen sind die Abweichungen der gemessenen Werte für die piezoelektrische Konstante in erster Linie zuzuschreiben. Eine Piezoquarzplatte wird bekanntlich so aus dem Kristall herausgeschnitten, daß die elektrische Achse und die Richtung, in der die Dehnung erfolgt, auf der Hauptachse senkrecht stehen. Man kann wohl optisch die Richtung der Hauptachse kontrollieren, die Lage der elektrischen Achse kann aber nur auf Grund der mehr oder weniger gut ausgebildeten Kristallform angegeben werden.

Auf Veranlassung von Professor K. PRZIBRAM stellte J. LAIMBÖCK [1] Untersuchungen hinsichtlich der Änderung der piezoelektrischen Konstanten von Quarz an, wenn Radiumstrahlen auf ihn einwirken. Er verwendete zwei Quarzplatten, von denen die eine nach siebentägiger Bestrahlung mit einem Radiumpräparat von 94 mp Ra-Element eine bedeutende Zunahme der piezoelektrischen Empfindlichkeit erfuhr, die durch eine 34% Erhöhung der Piezokonstante zum Ausdruck kam. Der Wert der letzteren war vor der Bestrahlung auffallend niedrig und betrug 0,0601 es. E. pro kp.

* Herrn Prof. Dr. GEORG STETTER zum 60. Geburtstag gewidmet.

Zum Vergleich hierzu seien die von anderen Autoren angegebenen Werte der Piezokonstante angeführt:

J. CURIE: $\varepsilon = 0,0677$ es.E., wenn in der Formel $Q = \varepsilon l/d F$, F in kp ausgedrückt wird. l bedeutet die Länge der Elektrodenfläche und d die Dicke der Quarzplatte.

VOIGT: $\varepsilon = 0,062$ es.E.

W. C. RÖNTGEN: $\varepsilon = 0,0681$ es.E.

J. LAIMBÖCK untersuchte zwei Präparate, von denen das eine Quarz I: eine Piezokonstante $\varepsilon = 0,0632$ es.E. und das andere Quarz II: eine Piezokonstante $\varepsilon = 0,0601$ es.E. hatte. Eine Dauerbelastung von 24 Stunden mit 570 p bewirkte vollkommenes Verschwinden der Wirkung der Bestrahlung. Die Verfärbung, die durch die Bestrahlung eintritt, hielt weiter an. Kurz dauernde Belastungen zeigten keinen Einfluß.

Auf Grund der LAIMBÖCKschen Untersuchungen erfährt ein Piezoquarz zufolge Bestrahlung mit Radiumstrahlen eine Begünstigung seiner piezoelektrischen Erregbarkeit. In den ersten Tagen nimmt der Einfluß der Bestrahlung ziemlich rasch ab und verlangsamt sich in den folgenden Tagen immer mehr.

J. LAIMBÖCK versucht, die von ihm beobachteten Erscheinungen durch Bezugnahme auf die von SMEKAL angegebene Realstruktur der Kristalle zu erklären. Es sollen durch die Bestrahlung die Störstellen im Gitter derart beeinflußt werden, daß sie bei Zug leicht Elektronen abzugeben vermögen, wodurch eine erhöhte lokale Leitfähigkeit in den Störstellen zwischen den regelmäßigen Gitterblöcken auftritt. Dieser Vorgang veranlaßt das Zustandekommen eines vergrößerten piezoelektrischen Moments. Für den Fall, als die Träger des beobachteten Effektes mit den Verfärbungszentren identisch wären, kämen nur kurzlebige Verfärbungszentren in Betracht.

Da J. LAIMBÖCK nur an einem Quarzpräparat, das eine auffallend niedrige Piezokonstante hatte, eine Anomalie im piezoelektrischen Verhalten zufolge der Bestrahlung feststellen konnte, schien es von Interesse, die Einwirkung sowohl von Radiumstrahlen als auch von Röntgenstrahlen auf Piezoquarze zu untersuchen. Die Werte der Piezokonstanten der hierzu verwendeten Quarzplatten waren folgende:

Quarz 1	$\varepsilon = 0,0677$ es.E.
Quarz 2	$\varepsilon = 0,0675$ es.E.
Quarz 3	$\varepsilon = 0,0663$ es.E.
Quarz 4	$\varepsilon = 0,0679$ es.E.
Quarz 5	$\varepsilon = 0,0678$ es.E.

Quarz 4 und 5 sind Präparate, die aus ein und demselben Kristall herausgeschnitten wurden. Sämtliche Piezoquarze von 1 bis 5 zeigten nach der Bestrahlung, die sowohl mit Gamma-Strahlen als auch mit Röntgenstrahlen durchgeführt wurde, geringe Änderungen der Piezokonstante, welche zwar nur von derselben Größe wie die bei der Messung in Betracht kommenden Fehler waren, sich aber durchwegs im Sinne einer Zunahme erwiesen.

Der von J. LAIMBÖCK verwendete Piezoquarz wurde mir von Prof. PRZIBRAM zur Verfügung gestellt. Er wurde nach einer zweijährigen Ruhepause neuerdings bestrahlt und ergab eine Erhöhung der Piezokonstante um 6,6%. J. LAIMBÖCK stellte bereits fest, daß der Quarz nach neuerlicher Bestrahlung wohl eine Erhöhung der Piezokonstante zeigte, doch nicht mehr in gleichem Ausmaß wie nach der ersten Bestrahlung. Es ist aber bemerkenswert, daß der Quarz noch von der letzten Bestrahlung her verfärbt war.

Die piezoelektrischen Eigenschaften des Quarzes stehen in engem Zusammenhang mit den elastischen Eigenschaften. Daher wäre eine Änderung der Piezokonstante durch radioaktive Bestrahlung oder durch Einwirkung von Röntgenstrahlung auf eine Änderung des elastischen Verhaltens zurückzuführen. A. SMEKAL machte bereits darauf aufmerksam, daß Röntgen- und Radiumstrahlen Störungen des Gitters bewirken können. Sollte eine Änderung im elastischen Verhalten des Quarzes tatsächlich zustande kommen, dann müßte dies durch den reziproken Piezoeffekt nachweisbar sein. Es wäre somit zu erwarten, daß ein Schwingquarz zufolge Bestrahlung seine Frequenz ändert. Diesbezügliche Versuche führte ich gemeinsam mit meinem Mitarbeiter KOLUMY vor mehr als 20 Jahren aus. Von einer Publikation wurde jedoch abgesehen, da die Versuchsanordnung für eine exakte Schwebungsmethode nicht genügend verläßlich erschien. Daß die Arbeit zufolge technischer und finanzieller Schwierigkeiten eingestellt werden mußte, bedauerte ich umso mehr, als im Jahre 1946 von FRONDEL [2] in der Zeitschrift Physical Review eine Arbeit über das elastische Verhalten von bestrahlten Schwingquarzen erschienen ist. Die von ihm verwendeten Strahlenarten waren Elektronenstrahlen, Deuteronen, α -Strahlen und Röntgenstrahlen. Schwingquarzplatten eignen sich ganz besonders zur Untersuchung des Effektes, da sie ein elektrisch-mechanisch gekoppeltes System darstellen, das auf kleine Änderungen der Dichte und Elastizität des Quarzes anspricht. Während der Bestrahlung nimmt die Frequenz der schwingenden Quarzplatte nach einem Exponentialgesetz ab, bis ein Sättigungswert erreicht wurde. Dieser Wert scheint von der Art der Strahlung unabhängig zu sein, ändert sich jedoch um einen Faktor von wenigstens 20 zwischen verschiedenen Prüfstücken der Quarze. Der Quarz nimmt die Farbe eines Rauchquarzes an und die Tiefe der Farbe ist bestimmend für die Frequenzerniedrigung. Wenn man die bestrahlten Platten über 180° C erhitzt oder kurzweiliger U.V.-Strahlung aussetzt, bleicht die Farbe aus und die Frequenz erlangt wieder den ursprünglichen Wert. Wenn Schwingquarzplatten aus natürlichem Rauchquarz durch Erwärmung entfärbt wurden, zeigte sich ein Anstieg der Frequenz, ebenso wie in künstlich bestrahlten Platten. Der Anstieg ist der ursprünglichen Tiefe der Verfärbung proportional. Mit Rücksicht auf meine eigenen Versuchsergebnisse, die ich später mitteilen will, möchte ich hervorheben, daß FRONDEL die natürlichen farblosen Quarze als weniger empfindlich qualifiziert im Vergleich zu den natürlichen Rauchquarzen. Auch bei blassen Rauchquarzen ist

der Effekt klein und nur schwer zu messen. Schwingquarzplatten aus beinahe opakem Quarzkristall der Frequenz 8900 kHz zeigten eine Frequenzzunahme um 1000 Hz, wenn sie durch Erwärmung entfärbt wurden. Kontrollplatten derselben Frequenz, aus verschiedenen farblosen, wasserklaren Kristallen geschnitten, änderten zufällig die Frequenz um plus 50 Perioden, wenn sie erwärmt wurden. Eine Bestrahlung der Quarzplatten vor der Erwärmung bewirkte, daß die Farbe dunkler wurde. Die Frequenz nahm um 800 Hz ab. Wurden die Platten erwärmt, dann stieg die Frequenz um 1800 Hz.

Diese von FRONDEL angestellten Beobachtungen sind von Interesse bezüglich der Theorie über den Ursprung der natürlichen Rauchquarze, die die Farbe der Einwirkung der natürlichen radioaktiven Strahlung zuschreibt. Zwischen der künstlichen und der angenommenen natürlichen Bestrahlung existieren jedoch einige Unterschiede.

Die natürliche Farbe bleicht erst bei ungefähr 225°C , die künstliche bei zirka 180°C . Da die natürlichen Rauchquarze durch künstliche Bestrahlung weiter gedunkelt sind, ist keine Sättigung vorhanden. Sowohl der natürliche als der künstlich erzeugte Rauchquarz besitzen nach Untersuchungen von M. MOHLER [3] ein identisches Absorptionsspektrum, doch unterscheiden sie sich in manchen Eigenschaften.

Die Versuchsergebnisse von FRONDEL lassen einwandfrei eine elastische Veränderung der bestrahlten Rauchquarze und in geringem Ausmaß auch der bestrahlten, ursprünglich farblosen Quarze erkennen. Durch sie erscheint die Annahme einer Änderung der piezoelektrischen Konstante durch Bestrahlung berechtigt.

Ganz besonders möchte ich aber ein Resultat der FRONDELSchen Arbeit hervorheben, das eine verblüffende Reproduzierbarkeit hinsichtlich der Einwirkung der Bestrahlung auf die Frequenz und damit auf die elastische Eigenschaft des Schwingquarzes erkennen läßt. Eine Versuchsreihe ergab nämlich, daß Rauchquarzplatten, wenn sie vor der Erwärmung bestrahlt wurden, eine dunklere Färbung annahmen und ihre Frequenz um 800 Hz abnahm. Wurden sie erwärmt, dann stieg die Frequenz um 1800 Hz. Bei neuerlicher Bestrahlung nahm die Frequenz der erwärmten und entfärbten Präparate um 1800 Hz ab. Dieser Betrag konnte immer wieder reproduziert werden.

Die seinerzeit begonnenen Untersuchungen an Schwingkristallen werden gemeinsam mit Herrn TILGNER fortgesetzt. Es wird dabei auch der zeitliche Verlauf der piezoelektrischen Eigenschaften der bestrahlten Quarze durch die Aufnahme des Absorptionsspektrums kontrolliert werden. Bisher war dies nicht möglich, da die Präparate nicht poliert waren. Unter der Annahme, daß die Änderung der Piezokonstante auf kurzlebige Farbzentren zurückzuführen ist, die Färbung jedoch noch weiter besteht, wäre wohl im Absorptionsspektrum, nachdem die Piezokonstante ihrem ursprünglichen Wert wieder nahegekommen ist, eine Änderung zu bemerken. Vorläufig möchte ich von den laufenden Versuchen nur berichten, daß Herr Dozent WACHSMANN die Liebenswürdigkeit hatte, an der Klinik in Erlangen, die über ein Betatron ver-

fügte, die von mir übersandten Quarze zu bestrahlen. Dabei zeigte sich, daß Dosen von 400 000 r kaum eine Verfärbung bewirken. Beim Erhöhen dieser Dosis auf etwa 500 000 r hat sich jedoch relativ plötzlich eine Braunfärbung eingestellt. Leider wurden die Quarze zu nahe dem Strahlenausstrittsfenster angebracht, so daß sie nicht gleichmäßig verfärbt wurden und nur in der Mitte einen kleinen reiskorn-großen braunen Fleck zeigten.

Man war seinerzeit vielfach der Meinung, daß die Färbung durch Einwirkung einer Strahlung nicht auf den Quarz selbst, sondern auf Einflüsse von Natriumsilikat zurückzuführen ist. Versuche von LEITMEIER ergaben jedoch, daß die Verfärbung auch dann in gleicher Weise zustande kam, wenn durch Vorerhitzung des Quarzes das Natriumsilikat sich verflüchtigte.

Heute erklärt man die Strahlungsverfärbung durch die Annahme von Farbzentren, das heißt man schreibt sie an Gitterfehlstellen gebundenen Elektronen zu.

Da der Elastizitätsmodul des Quarzes in der Y,Z-Ebene keine Konstante ist, wäre es auch von Interesse, die Einwirkung der Bestrahlung auf Längsschwinger zu beobachten, um eine eventuelle Richtungsabhängigkeit hinsichtlich der Einwirkung der Bestrahlung auf die elastischen Eigenschaften und damit auf die Frequenz festzustellen.

Zusammenfassend kann man sagen, daß auf Grund der bisherigen Versuchsergebnisse eine Einwirkung der Bestrahlung, gleichgültig welcher Art diese ist, auf die piezoelektrischen Eigenschaften des Quarzes besteht. Doch sind die erhaltenen Resultate noch durch weitere Untersuchungen quantitativ zu stützen.

Eigene Versuche und Versuche von K. PRZIBRAM und J. LAIMBÖCK zeigten, daß bei Dauerbelastung einer CURIESchen Quarzplatte, die durch die Röntgenbestrahlung bewirkte Vergrößerung der piezoelektrischen Konstante rascher zum Schwinden gebracht wurde, als ohne Belastung. Für die Dauerbelastung wurden 5 kp/cm² verwendet. Ein Schwingquarz für zirka 8 MHz ist beim Schwingen einer mechanischen Beanspruchung von zirka 150 kp/cm² ausgesetzt. FRONDEL wies auf einen Zusammenhang zwischen Verfärbung und Frequenzänderung hin. K. PRZIBRAM bemerkte, daß die Verfärbung durch Bestrahlung eine „empfindliche“ Kristalleigenschaft ist, was sich am besten in ihrer Abhängigkeit von mechanischen Gitterstörungen zeigt. Er verwendete für seine diesbezüglichen Versuche unter anderem Drucke von 100 kp/cm² oder 400 kp/cm². Somit erscheint die Annahme, daß die Frequenzerniedrigung durch Dehnungs- und Druckbeanspruchung des schwingenden Kristalls beschleunigt zum Verschwinden gebracht wird, berechtigt.

Man kann daher die Erscheinung, daß die durch Röntgenstrahlen bewirkte Frequenzerniedrigung von Schwingkristallen nicht beibehalten wird, einerseits auf kurzlebige Verfärbungszentren, andererseits auf verhältnismäßig hohe mechanische Beanspruchung des Kristalls beim Schwingen zurückführen.

Neutronenbestrahlte Quarze erwiesen sich für eine nachherige Röntgenbestrahlung, in bezug auf Änderung der Piezokonstante, ansprechbarer als vor der Neutronenbestrahlung.

Literatur

1. LAIMBÖCK, J., Wien. Anz. 18. Mai 1928.
2. FRONDEL, C., Amer. Mineral. **30**, 432, 1945; Phys. Rev. **69**, 543, 1946.
3. MOHLER, M., Phys. Rev. **45**, 743, 1934.

Einfluß des Lichtes auf das Beweglichkeitsspektrum atmosphärischer Ionen*

Von

Gustav Ortner, Wien

(Nach Versuchen mit Dr. ABDEL FATTAH EL NADI)

Mit 3 Abbildungen

(Eingelangt am 26. März 1956)

Gelegentlich einer Untersuchung des Beweglichkeitsspektrums schwerer atmosphärischer Ionen, die am physikalischen Institut der Faculty of Science an der Universität Cairo ausgeführt wurde, zeigte sich, daß die Ionenkonzentration von der Beleuchtung des Luftvolumens abhängt, aus dem die Ionen stammen.

Die Beweglichkeit der Ionen wurde in einem Zylinderkondensator gemessen. Die axiale Elektrode aus Messing von 5,01 cm Außendurchmesser war in mehrere, voneinander elektrisch isolierte Abschnitte geteilt. Der dem Lufteintritt zunächstliegende Abschnitt hatte eine Länge von 100 cm, dann folgten drei Abschnitte von je 20 cm Länge. Der letzte war dauernd geerdet. Diese unterteilte Mittelelektrode war koaxial von einem Messingzylinder von 170 cm Länge und 6,98 cm Innendurchmesser umgeben, der mit einer Gleichspannungsquelle variierbarer Spannung verbunden war. Ein dritter Zylinder von 10,5 cm Durchmesser umschloß beide Zylinder als elektrische Abschirmung. Die Außenluft wurde durch den Raum zwischen der axialen Elektrode und dem an Spannung liegenden mittleren Zylinder gesaugt. Die Zuführung der Luft zum Kondensator erfolgte entweder direkt über ein kurzes Rohr oder über einen dazwischen geschalteten rechteckigen Kasten von etwa 70 Liter Inhalt. Dieser Kasten hatte zwei Glasfenster und wurde in den Experimenten über den Lichteffect abwechselnd verdunkelt, beziehungsweise mit verschiedenen Lichtquellen beleuchtet.

Der Zylinderkondensator wurde in zwei verschiedenen Schaltungsweisen benutzt:

a) Der erste, 100 cm lange Abschnitt der axialen Elektrode wurde mit dem Comptonelektrometer verbunden und alle folgenden Abschnitte geerdet.

* Herrn Prof. Dr. GEORG STETTER zum 60. Geburtstag gewidmet.

b) Die beiden ersten Abschnitte mit zusammen 120 cm waren geerdet und der dritte Abschnitt mit dem Elektrometer verbunden.

Diese beiden Schaltweisen führen zu sehr verschiedenen Ionencharakteristiken, wie man die Ionenkonzentration als Funktion der Kondensatorspannung kurz nennt. Mit Schaltung a ist die Charakteristik eine zur Abszissenachse (elektrische Spannung oder reziproke Beweglichkeit) konkave, monoton ansteigende Kurve, wenn das Beweglichkeitsspektrum ein kontinuierliches ist. Ist aber das Spektrum ein „Linienspektrum“, so ist die Kurve aus einer Reihe von Geradenstücken zusammengesetzt mit abnehmender, aber nie negativer, Neigung in bezug auf die Abszissenachse. Im Grenzfall großer Spannung, wenn alle Ionen erfaßt sind, muß die Ionenkurve zur Abszissenachse parallel werden. Mit Schaltung b hingegen sind im Falle eines „Linienspektrums“ auch negative Neigungen der Kurve möglich, das heißt die einzelnen auftretenden Beweglichkeiten sind durch Maxima in der Charakteristik gekennzeichnet. Diese Schaltung führt zu einer viel deutlicheren Markierung von Ionengruppen, insbesondere im Bereiche der kleinen Beweglichkeiten. Es wurde daher in der vorliegenden Arbeit meist die Schaltung b verwendet und die Schaltung a mehr als unabhängige Kontrolle der mit der Methode b gefundenen Ergebnisse, ferner auch zur Bestimmung der Gesamtionenmenge.

Eingehend untersucht wurden die Ionen mit Beweglichkeiten kleiner als 100^1 , wobei die Strömungsgeschwindigkeit der Luft durch den Zylinderkondensator dem jeweiligen Bereich von Beweglichkeiten angepaßt wurde. Wir unterscheiden im folgenden die mittelschweren Ionen mit Beweglichkeiten zwischen 10 und 100 von den schweren mit Beweglichkeiten kleiner als 10.

Im Bereich zwischen 10 und 100 wurden mehrere Gruppen gefunden mit wechselnden Beweglichkeitswerten von einem Tag zum anderen: 11, 20, 23, 29, 45, 48, 57, 83. Es wurde jedoch nicht jeder dieser Beweglichkeitswerte nur einmal gefunden, sondern die meisten öfters, an verschiedenen Tagen. 11 z. B. viermal, 20 dreimal, 23 zweimal, 45 dreimal. Die positiven und negativen Ionen hatten zur selben Zeit immer dieselben Beweglichkeitswerte.

Es hat sich gezeigt, daß die Ionenkonzentration von den Beleuchtungsbedingungen abhängt. Ein typisches Paar von Charakteristiken zeigt Abb. 1. Die höherliegende Charakteristik wurde erhalten, wenn der Kasten in der Zuleitung der Außenluft mit einer 500 Watt Lampe aus etwa 150 cm Entfernung beleuchtet wurde. Die Charakteristik darunter wurde gefunden, wenn der Kasten mit einem schwarzen Tuch verhüllt war. Es erscheint in beiden Kurven dieselbe Stufe, die einer Beweglichkeit von 22 entspricht, jedoch ist die Ionenkonzentration im Licht 640 und im Dunkeln 480. Allgemein wurde in diesem Beweglichkeitsbereich

¹ In der vorliegenden Arbeit werden alle Beweglichkeiten (k) in Einheiten 10^{-4} cm²/voltsec. angegeben.

die Ionenkonzentration im Licht — Tageslicht oder Licht von einer Wolfram-Glühlampe — größer gefunden als im Dunkeln.

Im Beweglichkeitsbereich unter 10 wurden vierzig Charakteristiken aufgenommen. In achtunddreißig von ihnen wurden drei Ionengruppen bei den Beweglichkeiten 6,5 bis 7,0, 2,3 bis 2,4 und 0,94 bis 1,04 gefunden. Eine vierte Gruppe bei etwa 0,6 wurde nur in sechs Charak-

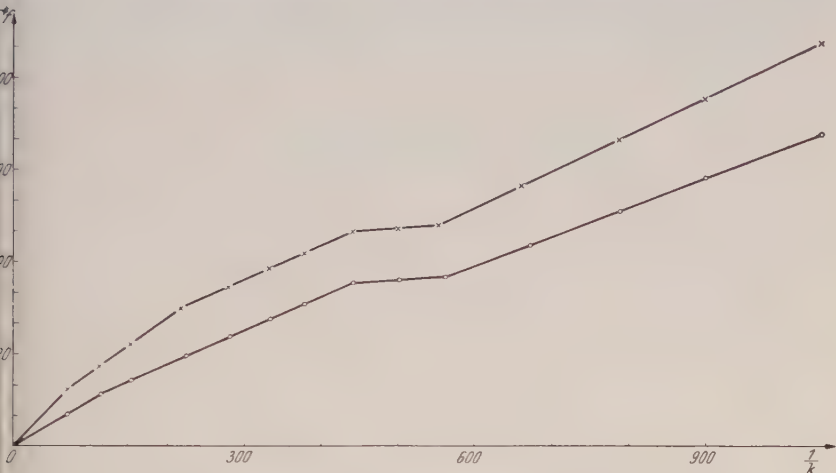


Abb. 1. Ionencharakteristik mit unterteilter Mittelelektrode im Beweglichkeitsbereich zwischen 10 und 100. - x - im Licht einer 500 Watt Wolframfadenglühlampe, - o - im Dunkeln

teristiken nachgewiesen, weil wir vorher nicht die dafür erforderliche Spannung zur Verfügung hatten. Die Konstanz der schweren Ionengruppen unter dem Beweglichkeitswert 10 im Gegensatz zu dem Wechsel der Ionengruppen zwischen 10 und 100 ist bemerkenswert.

Auch die Gruppen unter der Beweglichkeit 10 zeigen eine deutliche Abhängigkeit von den Belichtungsverhältnissen. Ein typisches Paar von Charakteristiken zeigt Abb. 2. Die Analyse dieser Kurven gibt die Ionenkonzentrationen im Licht und im Dunkeln für die vier Gruppen in Tab. I (S. 180). Man sieht daraus, daß die Ionen mit Beweglichkeitswerten ober 1,3 ein gegensätzliches Verhalten zeigen zu den Ionen mit Werten unter 1,3. Die ersteren haben im Licht eine größere Konzentration als im Dunkeln, bei den letzteren ist es umgekehrt. Das wurde ausnahmslos in allen Charakteristiken gefunden. Ein Unterschied zwischen Tageslicht und Glühfadenlampe war nicht feststellbar; dagegen gibt eine Natriumdampf Lampe eine andere Charakteristik, mit einem Kreuzungspunkt mit der Dunkelcharakteristik bei 2,3.

Aus der Analyse aller Charakteristiken nach Methode b ergibt sich eine Zunahme der Absolutzahl der Ionen im Licht verglichen mit der Zahl im Dunkeln von bis zu tausend Ionen. Es ist kaum anzunehmen, daß gewöhnliches Licht in Luft neue Ionen erzeugt. Es ist aber wohl denkbar, daß das Licht eine Veränderung der Größe der atmosphärischen

Kerne verursacht, was sich natürlich in einer Änderung der Beweglichkeit zeigen muß, falls sie elektrisch geladen sind.

Um diese Frage zu klären, wurde eine Anzahl von Charakteristiken nach der Methode a aufgenommen. Nach dieser Methode werden ja alle Ionen oberhalb einer bestimmten Grenzbeweglichkeit gemessen und bei

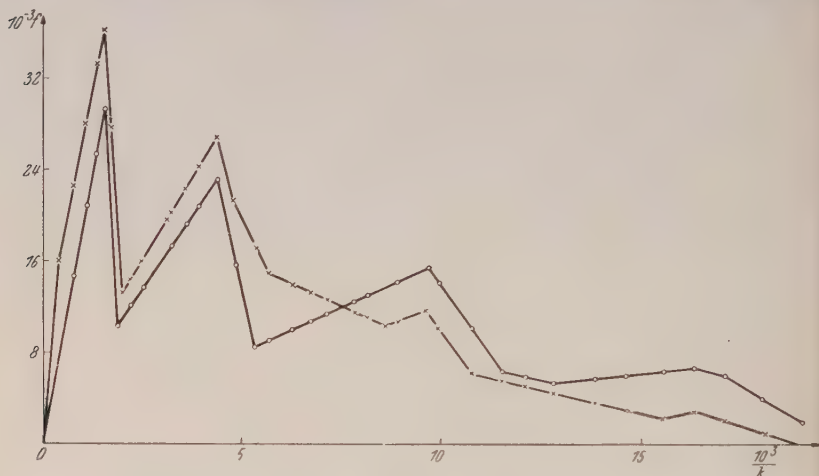


Abb. 2. Ionencharakteristik mit unterteilter Mittelelektrode im Beweglichkeitsbereich unter 10.
- x - im Licht einer 500 Watt Wolframfadenglühlampe, - o - im Dunkeln

hinreichend großer Spannung schließlich die Gesamtzahl aller überhaupt vorhandenen Ionen. Abb. 3 zeigt ein Paar von Charakteristiken im Licht, beziehungsweise im Dunkeln aufgenommen. Die Gruppen mit den Beweglichkeiten 6,5 bis 7 und 2,3 bis 2,4 kommen auch in diesen Charakteristiken sehr schön zum Ausdruck, hingegen ist die Gruppe bei etwa 1 auf manchen der Charakteristiken gerade noch erkennbar. Hier ist die Methode b überlegen. Man sieht, daß die Zahl der Ionen im Licht etwas kleiner ist als im Dunkeln. Das gilt für alle Paare von Charakteristiken, die wir aufgenommen haben. Die Differenz ist immer kleiner als 500. Qualitativ zeigen diese Charakteristiken das gleiche, wie die nach Methode b gefundenen: im Licht eine Zunahme der Ionen mit Beweglichkeiten größer als 6 und eine Abnahme bei den Beweglichkeiten kleiner als 2, bezogen auf die Ionenmengen im Dunkeln.

Es wurden auch einige Versuche über die Zeitdauer, während der sich die Ionenkonzentration umstellt, gemacht. Es zeigte sich, daß beim Übergang von Licht zu Dunkel oder umgekehrt die Ionenkonzentration erst nach einigen Minuten einen stabilen Wert erreicht. Ferner ergab sich die Größe der Änderung der Ionenkonzentration als abhängig von der Intensität des eingestrahnten Lichtes. Bei schwächerer Einstrahlung ist auch der Lichteffect kleiner. Erwähnenswert ist auch die folgende Beobachtung: Die Luft trat in den Kasten an dessen Unterseite ein und wurde von seiner Oberseite aus in den Kondensator gesaugt.

Bei Beleuchtung des oberen Teiles des Kastens wurde die Differenz in der Ionenkonzentration zwischen Licht und Dunkel deutlich größer gefunden als bei Beleuchtung des unteren Teiles. Das versteht man leicht, weil die Ionen, die im unteren Teil des Kastens beleuchtet wurden, beim Aufenthalt im oberen Teil ja eine Zeitlang im Dunkeln sind, während bei Beleuchtung des oberen Teiles die Ionen unmittelbar aus dem Licht zur Messung gelangen. Die Strömungsgeschwindigkeit der Luft war in diesen Versuchen zwischen 6 und 30 Liter per Minute je nach dem untersuchten Beweglichkeitsbereich.

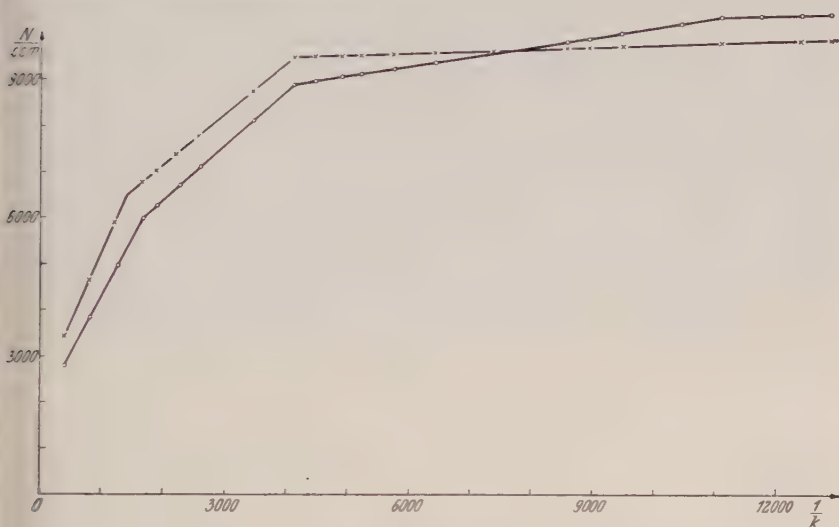


Abb. 3. Ionencharakteristik mit der 100 cm langen Anfangselektrode.
- x - im Licht einer 500 Watt Wolframfadenglühlampe, - o - im Dunkeln

Einige vorläufige Versuche wurden auch angestellt in der Absicht, diesem Lichteffect bei den normalen kleinen Ionen der Atmosphäre nachzugehen. Es scheint, daß auch bei diesen Ionen, mit einer mittleren Beweglichkeit von $10\,000$ ($\cdot 10^{-4}$), der Effect nachweisbar ist. Wegen der größeren Strömungsgeschwindigkeit der Luft von etwa 50 Liter per Minute wurde statt des Kastens das ganze Arbeitszimmer als Ionenreservoir benützt. Es wurde also das Zimmer abwechselnd erhellt und verdunkelt. Die Konzentration der leichten Ionen in der Atmosphäre von Giza ist sehr klein und zwar kleiner als 100 Ionen per cm. Der von der Belichtung abhängige Unterschied wurde deutlicher, wenn die Zimmerluft mit einem Radiumpräparat künstlich ionisiert wurde. Dann zeigte sich mit aller Deutlichkeit, daß die Zahl der Ionen im Licht kleiner ist als im Dunkeln. Diese Versuche an den kleinen Ionen wurden mit einem anderen Meßkondensator ausgeführt, der eben für schnelle Ionen dimensioniert war. Angewendet wurde Methode b. Bei einer Be-

weglichkeit von etwa 500 kreuzten sich die Charakteristiken, die im Licht, beziehungsweise im Dunkeln aufgenommen wurden.

Zusammenfassend ergibt sich also, daß Ionen mit Beweglichkeiten größer als etwa 500 und kleiner als etwa 1,3 im Lichte eine kleinere Konzentration haben als im Dunkeln, während in den zwischenliegenden Beweglichkeitsbereichen das Umgekehrte zutrifft.

Es sei noch bemerkt, daß sich in keinem der untersuchten Beweglichkeitsbereiche ein unterschiedliches Verhalten der positiven und negativen Ionen hinsichtlich des Lichteffektes zeigte.

Dieser Lichteffekt der atmosphärischen Ionen findet eine gewisse Parallele in Untersuchungen von Dipl.-Ing. J. KUNZ und Professor Dr. G. STETTER und ihrer Mitarbeiter, die atmosphärische Kohlensäure betreffend. Nach diesen Autoren ist der Kohlensäuregehalt der Luft, bestimmt nach der Titrationsmethode von PETTENHOFER und HESSE, gleichfalls von der Belichtung abhängig, und zwar ergibt sich eine sehr empfindliche Abhängigkeit von der Wellenlänge des eingestrahnten Lichtes. Die genannten Autoren erklären dieses Ergebnis durch die Vorstellung, daß die atmosphärische Kohlensäure in zwei Phasen vorkommt, nämlich als frei gasförmige Kohlensäure und gebunden an die atmosphärischen Kerne. In der letzteren Bindungsart wird sie durch das Titrationsverfahren nicht nachgewiesen. Belichtung mit Licht bestimmter Wellenlängen bewirkt einen Austausch der Kohlensäure zwischen den beiden Phasen.

Tabelle 1

Beweglichkeit	Ionenkonzentration	
	Licht	Dunkel
6,7	2 770	2 480
2,3	1 760	1 420
1,0	1 260	1 310
0,58	430	700

Ausheizbare Hochvakuumdichtungen*

Von

Michael J. Higatsberger

I. Physikalisches Institut der Universität Wien

Mit 2 Abbildungen

(Eingelangt am 26. März 1956)

Bei zahlreichen kernphysikalischen Experimenten der nahen Vergangenheit war die Sicherheit und die Genauigkeit der erhaltenen Resultate oft durch unzureichendes Vakuum in Frage gestellt. Leider ist die Vakuumtechnik im Zeitraum zwischen 1916 und 1949 kaum wesentlich weiterentwickelt worden. Die fundamentale Wichtigkeit ultrahohen Vakuums, das ist besser als 10^{-8} mm Quecksilber, ersieht man am besten an dem Beispiel der Wechselwirkung von Atomen und Ionen an reinen Oberflächen. Es hat sich gezeigt, daß bei einem Druck von 10^{-6} mm Quecksilber adsorbierbares Gas bereits innerhalb einer einzigen Sekunde eine monomolekulare Schichte an einer reinen Oberfläche ausbildet. Bei 10^{-8} mm Quecksilber dauert die Ausbildung dieser Monoschicht nur zirka 100 sec.

Die Entwicklung ultrahohen Vakuums fußt auf folgenden Hauptpunkten:

1. Das BAYARD-ALPERT Ionisationsmanometer [2] dehnte den meßbaren Druckbereich normaler Ionisationsmanometer der BUCKLEY-Type von 10^{-7} auf 10^{-11} mm aus. Man fand, daß in den bestentgasten Vakuumsystemen das normale Ionisationsmanometer keinen kleineren Druck als 10^{-7} mm anzeigte. NOTTINGHAM hatte zuerst darauf hingewiesen, es könnte sich hierbei möglicherweise um Röntgenphotoelektronen handeln, die vom Ionenauffänger emittiert werden. Durch eine Neukonstruktion dieser Ionisationsröhre wurde der Röntgenphotoeffekt ziemlich weitgehend eliminiert und dadurch der Druckmeßbereich auf 10^{-11} mm ausgedehnt.

2. Bewegliche Hochvakuumverschlüsse der Metalldiaphragmatype [3] wurden konstruiert, die bis zu einer Temperatur von 400°C ausheizbar sind.

* Herrn Prof. Dr. GEORG STETTER zum 60. Geburtstag gewidmet.

3. An der Universität von Wisconsin, USA., wurde eine Methode entwickelt, die das Ionisationsmanometer als Pumpe verwendet [4]. Das System — im Volumen vergleichbar mit dem Manometervolumen — wurde von der Pumpe isoliert, nachdem unter Ausheizung ein Druck zwischen 10^{-7} und 10^{-8} Torr erreicht worden war. Das normale Ionisationsmanometer diente dann als Ionenpumpe (Sauggeschwindigkeit zirka 1 l/min). In dieser Anordnung wurde innerhalb weniger Minuten

ein Druck von 10^{-9} mm erreicht und 10^{-10} mm innerhalb einer Stunde.

4. Die Vakuumsysteme werden so ausgeführt, daß eine völlige Ausheizung des Gesamtsystems auf 300 bis 400° C möglich ist.

In Massenspektroskopen und Elektronenmikroskopen ist höchstes Vakuum erwünscht. Um ultrahohes Vakuum in diesen Apparaturen zu erreichen, ist eine Ausheizung des Gesamtsystems erforderlich. Diese Bedingung verbietet die Verwendung von Gummidichtungen und sogar der Teflondichtungen. An deren Stelle verwendet man Metaldichtungen [5 bis 12]. Aluminium, Silber, Kupfer, Blei, Gold und Zinn sind erfolgreich als Dichtungsmaterial verwendet worden. Außerdem be-

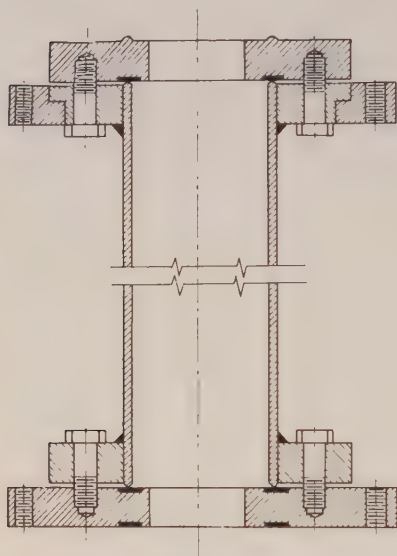


Abb. 1. Metallflanschanordnung für Vakuumsysteme

beschränkt man sich bei unvermeidlichen Lötstellen zwischen Flansch und Vakuumrohr auf Hartlöten oder Schweißen.

Bedauerlicherweise gibt es eine Zahl von Materialien mit guten vakuumtechnischen Eigenschaften, die keine hochvakuumdichten Schweiß- oder Lötverbindungen eingehen. Diese Schwierigkeit wurde durch die Konstruktion der Metallflanschanordnung (Abb. 1) umgangen. Beide Innenflansche sind an das Vakuumrohr geschweißt, hartgelötet oder aber auch nur geschraubt, um mechanische Festigkeit zu geben. Diese Befestigung braucht jedoch nicht vakuumdicht zu sein; die Hochvakuumdichtung hingegen erfolgt an dem speziell geformten Rohrende und einem weiteren Flansch mit einer Metaldichtung dazwischen in der üblichen Art. In der vorliegenden Anordnung waren Flansche und Rohr aus schwer schweißbarem Stainless Steel angefertigt. Als Dichtungsmaterial wurde Al verwendet.

Die neue Flanschtechnik ist verhältnismäßig leicht werkstättenmäßig auszuführen und ergibt gute Abdichtung. Zeitraubendes Lochsuchen ist dadurch vollkommen ausgeschaltet. Um den Zusammenbau

und das Auswechseln derartiger Vakuumteile zu ermöglichen, sind die Flansche in Standardform ausgeführt. Oft ist es notwendig, innerhalb des Vakuumrohres Schlitzte oder Blenden zu zentrieren. Diese Zentriermöglichkeit ist durch die Rotationsfreiheit eines Flansches um die Rohrachse ermöglicht.

Mehrere Dichtigkeitsversuche sind mit dem neuen Teil ausgeführt worden. Ein Helium-Leckprüfer, Veeco Modell MS 1, zeigte bei höchster Empfindlichkeit (Empfindlichkeit 1 : 100 000) keine Undichtigkeit. Im normalen Betrieb können leicht Undichtigkeiten, die 10^{-7} cm³ Gas von normalem Druck sec durchlassen, angezeigt werden. Das Versuchsrohr

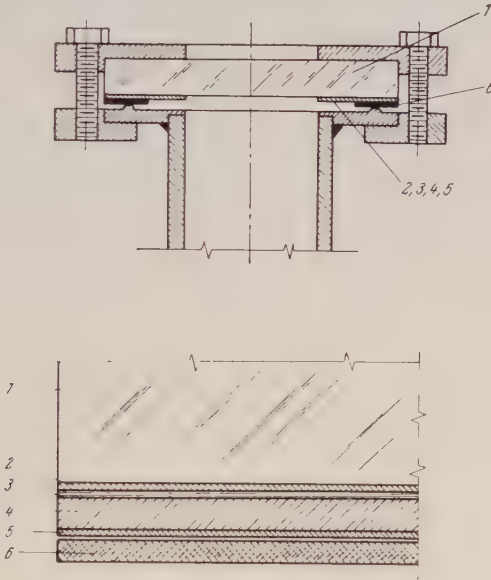


Abb. 2. Abnehmbare Glas-Metall-Dichtung

7 Glas, 2 Chromschichte 0,1 μ Dicke (aufgedampft), 3 Chrom-Kupferschicht 0,1 μ Dicke (aufgedampft), 4 Elektrolyse Kupfer 0,05 mm Dicke, 5 Schutzschichte Chrom 0,1 μ Dicke (aufgedampft), 6 Aluminium-Dichtung

wurde schließlich einem Temperaturzyklus bis zu 300 °C unterworfen. Sowohl bei hoher Temperatur als auch bei Zimmertemperatur zeigte im ununterbrochenen Betrieb über mehrere Wochen das neue System zufriedenstellende Hochvakumeigenschaften.

In Abb. 2 ist eine abnehmbare, temperaturbeständige Glas-Metall-dichtung dargestellt. Vakuumsysteme mit abnehmbaren Fluoreszenzschirmen oder optischen Fenstern verwenden normalerweise Gummidichtungen: auch hier ist wieder keine Ausheizung möglich. Die Glas-Metall-dichtung, die im folgenden beschrieben wird, besteht aus einer Glasplatte mit im Vakuum aufgedampften Schichten ausgewählter Metalle.

Eine Chromschicht von zirka 0,1 Micron Dicke wird auf einer Glasplatte, 90 mm Durchmesser, 12 mm Dicke, niedergeschlagen. Auf diesem Chromfilm wird anschließend eine Schicht Kupfer zirka derselben Dicke aufgedampft. Um eine innige Zwischenschicht Kupfer-Chrom zu erhalten, die für die Festigkeit des Films wesentlich ist, wird folgendermaßen vorgegangen: Zwei Wolframboote befinden sich innerhalb des Aufdampfsystems. Eines ist mit Chrom gefüllt, das andere mit Kupfer. Durch elektrische Heizung der Boote werden die Materialien zur Verdampfung gebracht, und zwar so, daß Chrom angefangen wird, während das Kupfer erst dann zur Verdampfungstemperatur gelangt, wenn die gewünschte Chromdicke auf der Glasplatte niedergeschlagen ist. Die Zeit, die notwendig ist, um 0,1 Micron aufzudampfen, beträgt zirka 20 Sekunden. Nach diesen 20 Sekunden wird für zirka 3 Sekunden Chrom und Kupfer gleichzeitig verdampft und so die Zwischenlage Chrom-Kupfer geschaffen. Schließlich wird die Verdampfung des Chroms eingestellt und Kupfer allein niedergeschlagen. Der oberste Film besteht nun aus Kupfer allein. An diese Kupferschicht wird durch Elektrolyse (saurer Kupferbad 20° Bé) bei einer Stromdichte von ungefähr 0,1 A/cm² eine Kupferschicht von 0,01 bis 0,5 mm gebildet. Schließlich wird noch eine Schutzschicht von Chrom durch Aufdampfprozeß geschaffen. Ein derartig kombinierter Metallfilm zusammen mit einer Al-Dichtung mit entsprechendem Druck zusammengepreßt, ergibt eine gute demontierbare Glas-Metall zu Metall Hochvakuumdichtung (temperaturbeständig bis zu 300° C).

Diese Methode wurde entwickelt, da gefunden worden war, daß Al-Dichtungen direkt auf der Glasoberfläche keine befriedigende Vakuumdichtung ergeben. Die ausgezeichnete Adhäsion des aufgedampften Chroms am Glas scheint für die gute Dichtungswirkung verantwortlich zu sein.

Die Adhäsion des ersten an der Glasoberfläche gebildeten Films (Pyrexglas, wie auch Weichglas wurden versucht) wird beträchtlich verbessert, wenn die Glasplatte im Vakuum langsam bis zu einer Temperatur von 400° C erhitzt wird. Die Aufdampfung soll bei dieser Temperatur und bei einem Druck besser als $5 \cdot 10^{-5}$ mm Quecksilber erfolgen. Während der Aufdampfung wird der Mittelteil der Glasplatte durch eine Blende abgedeckt, so daß die aufgedampfte Schicht ringförmig gebildet wird. Der transparente Teil der Glasplatte kann für optische Zwecke verwendet werden, oder aber auch dient er als Basis für einen transparenten Fluoreszenzschirm.

Es ist bekannt, daß, wenn geladene Teilchen auf eine schlecht leitende Oberfläche wie an transparenten Fluoreszenzschirmen auftreffen, Aufladungseffekte die Schärfe eines Bildes mehr oder weniger beeinflussen. Dieser Aufladungseffekt [13] wurde eliminiert, indem die Glasbasis des Schirms mit einem 70% bis 80% transmittierenden Chromfilm bedampft wurde (Widerstand einige tausend Ohm für die Flächeneinheit) und schließlich auf diesem Film das Fluoreszenzmaterial aufgetragen worden war.

Die Entwicklung der ausheizbaren Vakuumdichtungen wurde an den Engineer Research and Development Laboratories, Fort Belvoir, Virginia, unter Mitarbeit von Herrn WILLIAM W. ERBE durchgeführt.

Literatur

1. Auszugsweise vorgetragen anlässlich der Österreichischen Physikertagung, Oktober 1955 in Wien.
2. BAYARD, R. T. und D. ALPERT, *Rev. Scient. Instrum.* **21**, 571, 1950.
3. ALPERT, D., *Rev. Scient. Instrum.* **22**, 536, 1951.
4. RAY HERB, Private Mitteilung.
5. HINTENBERGER, H., *Z. Naturforschung* **6 a**, 459, 1951.
6. BALDOCK, R. und J. SITES, *Phys. Rev.* **81**, 294, 1951.
7. BECKER, E. W., F. DOERNENBURG und W. WALCHER, *Z. angew. Physik* **2**, 261, 1950.
8. BUSH, W. E. in A. GUTHRIE und R. K. WAKERLING, "Vacuum Equipment and Techniques", McGraw-Hill Book Co., New York, p. 161, 1949.
9. PAUL, W., *Z. Physik* **124**, 244, 1948.
10. KINGDON, K. H. und H. C. POLLOCK, *Phys. Rev.* **57**, 1072, 1940.
11. SHAW, A. E., *Nat. Bureau of Standards Circular* 522, 271, 1953.
12. BEAKNEY, W. and C. T. CUMINGS, *Phys. Rev.* **57**, 1072, 1940.
13. HIGATSBERGER, M. J., *Österr. Pat. Nr.* 179 660.

Messung inhomogener magnetischer Felder in engen Spalten*

Von

Johannes Knizak

I. Physikalisches Institut der Universität Wien

Mit 3 Abbildungen

(Eingelangt am 26. März 1956)

Zur Bestimmung der Linseneigenschaften eines magnetischen Sektorfeldes mit relativ kleinem Spaltabstand ist eine punktweise Ausmessung des Feldes erforderlich. Die am meisten verwendete Methode beruht auf einer Messung der elektrischen Induktionsspannung in einer Spule. Die Induktion kann durch Rotation der Spule im Feld erfolgen [1, 2] oder aber auch durch den Induktionsstoß beim Ein- und Ausschalten des Feldes. Für homogene Felder erhält man den richtigen Wert des Feldes, bei inhomogenen Feldern jedoch mißt man einen Mittelwert über den Bereich der Spule. Derartige Anordnungen sind daher zur Messung inhomogener Felder nicht geeignet. BROWN und SWEER [3] stellten eine kugelförmige Spule her, mit der man in einem beliebigen inhomogenen Magnetfeld den Betrag der Feldstärke im Kugelmittelpunkt durch eine einzige Messung ermitteln kann. Die Herstellung einer solchen Kugel ist jedoch schwierig, außerdem ist die Empfindlichkeit der Spule infolge der geringen Windungszahlen nicht sehr groß. BROWN und SWEER zeigen, daß es möglich ist, die kugelförmigen Windungen durch eine Anzahl zylinderförmiger zu ersetzen. Durch eine geeignete Wahl der Windungszahl pro Lage und des gegenseitigen Abstandes der einzelnen Lagen kann eine solche Zylinderspule einer Kugelspule gleichwertig gemacht werden. Der Durchmesser einer solchen Spule beträgt etwa 75 mm. WILLIAMSON [4] stellte eine ähnliche Spule mit der Größe von 13 mm her. Ebenso wurden von TISCHLER [5] Zylinderspulen angegeben, mit denen es möglich ist, in einem inhomogenen Magnetfeld den Wert des Feldes in einem Punkt genau anzugeben. Alle diese Spulen waren aber für den vorliegenden Zweck zu groß. Eine Verkleinerung der Spulen war infolge der dadurch bedingten Abnahme der Empfindlichkeit nicht möglich.

Eine andere Methode der Magnetfeldmessung benützt die Ablenkung von bewegten elektrischen Ladungsträgern im Magnetfeld.

* Herrn Prof. Dr. GEORG STETTER zum 60. Geburtstag gewidmet.

GUNDLACH [6] verwendete als erster ein Magnetron zur Magnetfeldmessung. WEINZIERL [7] entwickelte diese Methode weiter zu einer Magnetronsonde, mit der es möglich ist, in einem Raumteil von 0,5 mm Durchmesser Feldstärken von 100 bis 6000 Gauß zu messen. Das Prinzip der Anordnung ist folgendes: Eine Glühkathode ist von einem als Anode dienenden Hohlzylinder umgeben. Emittiert die Kathode Elektronen und liegt eine Spannung zwischen Anode und Kathode, dann fließt ein Strom, der durch die Emission der Kathode sowie durch die Anodenspannung und Raumladungsverteilung bestimmt wird. Wird nun ein Magnetfeld erzeugt, dessen Richtung mit der Achse der Sonde übereinstimmt, so werden die Elektronenbahnen in Abhängigkeit von der Magnetfeldstärke und Anodenspannung gekrümmt. Bei einem bestimmten, von der Anodenspannung abhängigen Wert des Magnetfeldes gelangen keine Elektronen mehr zur Anode, sondern kehren auf einer Zykloidenbahn zur Kathode zurück. Durch Messung der Anodenspannung, bei welcher der Anodenstrom absinkt, kann man die magnetische Feldstärke bestimmen.

Aus konstruktiven Gründen gelingt es nicht, den Durchmesser dieser Sonde so klein zu machen, daß damit in ganz engen Spalten (4 mm) gemessen werden kann. Es mußte daher eine andere Methode gefunden werden. Ebenso, wie freie Ladungsträger im Magnetfeld abgelenkt werden, erfolgt auch eine Ablenkung der Ladungsträger in einem Leiter, doch sind die Wirkungen viel geringer, da die bewegten Ladungsträger innerhalb des Gefüges des Leiters den ablenkenden Kräften nur beschränkt folgen können. Es wurde versucht, diese als HALL-Effekt bekannte Erscheinung zur Magnetfeldmessung auszunützen. Die dadurch entstehende Spannung war jedoch für genaue Messungen zu gering und durch Thermoeffekte, die durch den durchfließenden Strom sowie durch den ETTINGSHAUSEN-Effekt hervorgerufen wurden, gestört. Nach einem Vorschlag von Herrn Dr. BRANDSTÄTTER, Techn. Hochschule Wien, wurde versucht, die Ladungsträger an Stelle der Bewegung durch den elektrischen Strom mechanisch zu bewegen. Eine Meßsonde (Abb. 1) wird von Quecksilber durchflossen. In das Hg ragen zwei Platinelektroden. Wird ein Magnetfeld senkrecht zu dem Quecksilberfaden und zu den Elektroden angelegt, dann werden die Ladungsträger im Hg in Richtung der Elektroden abgelenkt und dadurch an den Elektroden eine Spannung erzeugt. Es ist dadurch möglich, in einem Raumbereich von

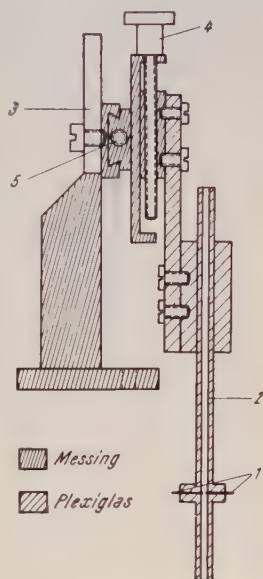


Abb. 1. Quecksilberdurchflossene Magnetfeldmeßsonde

1 Pt-Elektroden, 2 Plexiglasrohrchen, 3 Translatorische Grobverstellung, 4 Translatorische Mikrometervorstellung, 5 Seitliche Mikrometervorstellung

nur einem Kubikmillimeter die magnetische Feldstärke zu messen. Die Sonde ist aus Plexiglas hergestellt, da sich Glas aus technischen Gründen als ungeeignet erwies. Da die Spannung an den Elektroden außer vom Magnetfeld auch von der Geschwindigkeit des durchströmenden Hg abhängig ist, ist es notwendig, die Ausflußgeschwindigkeit mit Hilfe einer MARIOTTESchen Flasche konstant zu halten. Die an den Elek-

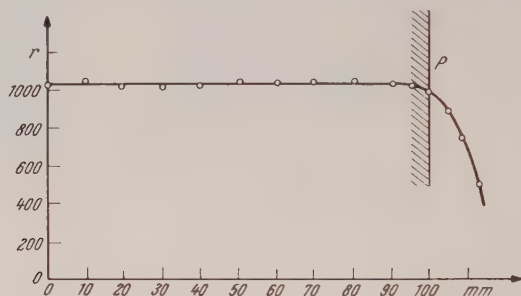


Abb. 2. Magnetfeldverlauf zwischen parallelen Polschuhen. P Polschuhbegrenzung

troden gemessene Spannung betrug größenordnungsmäßig etwa 10^{-7} Volt/Gauß, die Eichung erfolgte in einem homogenen Magnetfeld mit einem Fluxmeter. Die Spannung wurde mit einem Multiflex-Spiegelgalvanometer gemessen. Es wurde versucht, zur Messung einen

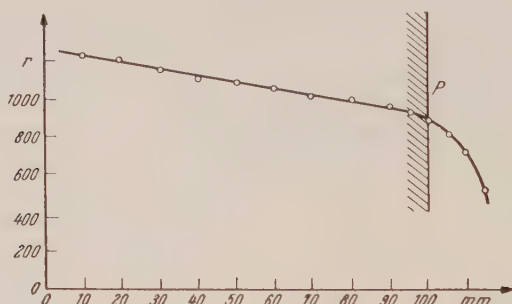


Abb. 3. Magnetfeldverlauf zwischen zueinander leicht geneigten Polschuhen. P Polschuhbegrenzung

Gleichspannungsverstärker zu verwenden, es stellte sich aber heraus, daß der natürliche Störhintergrund einer Elektronenröhre Spannungen überdeckt, die kleiner als 10^{-4} Volt sind [8]. Diese können daher trotz hoher Verstärkung nicht mehr elektronisch gemessen werden, da der Störhintergrund im gleichen Maß mitverstärkt wird. Die Meßgenauigkeit betrug 3% für Feldstärken bis 1000 Gauß und konnte für höhere Feldstärken etwas verbessert werden.

Mit dieser Anordnung wurde das Feld zwischen den Polschuhen eines Massenspektrometers [9] gemessen. Abb. 2 zeigt den Feldverlauf bei parallelen Platten zwischen den Polschuhen und in der Verlängerung derselben. Abb. 3 zeigt die Abhängigkeit der magnetischen Feldstärke vom Plattenabstand. Die Platten waren etwas gegeneinander geneigt. Die Änderung der Spaltbreite betrug $2,29\%$ pro cm Länge, die zugehörige Feldstärkenänderung wurde mit $2,33\%$ gemessen.

Literatur

1. JÜRGENS, B. F., Philips techn. Rundschau Mai 1953, 349.
2. KOHAUT, A., Zeitschr. techn. Physik **18**, 198 (1937).
3. BROWN, W. F. und J. H. SWEER, Rev. Sci. Instr. **16**, 276 (1945).
4. WILLIAMSON, K. J., J. Sci. Instr. **24**, 242 (1947).
5. TISCHLER, O., Dissertation Wien 1953.
6. GUNDLACH, F. W., ATM. V 391-3 (1938).
7. WEINZIERL, P., Dissertation Wien 1947.
8. SCHINTLMEISTER, J., Die Elektronenröhre als physikalisches Meßgerät, Wien 1942, S. 51, Springer-Verlag.
9. HIGATSBERGER, M. J., Acta Physica Austriaca **9**, 179 (1955).

Über die Wahl von Auflösungsvermögen und Quellenstärke bei Koinzidenzexperimenten*

Von

Peter Weinzierl

I. Physikalisches Institut der Universität Wien

Mit 3 Abbildungen

(Eingelangt am 22. März 1956)

Zusammenfassung

Es wird gezeigt, in welcher Weise die Zahl der zufälligen Koinzidenzen die statistische Güte des Meßwertes einer Koinzidenzmessung beeinflusst. Hieraus ergibt sich eine Abschätzung für die größte sinnvolle Quellenstärke bei derartigen Experimenten. Diese ist, bei sonst gleichen Verhältnissen, dem Koinzidenzauflösungsvermögen umgekehrt proportional. Berücksichtigt man jedoch die Schwankungserscheinungen in der zeitlichen Lage von Szintillationsimpulsen, so ergibt sich ein optimales Auflösungsvermögen, das bei vorgegebener Meßdauer zu einem minimalen Fehler des Resultats führt. Schließlich werden die prinzipiellen Methoden zur Erreichung kurzer Auflösungszeiten bei gleichzeitiger Impulsgrößendiskrimination (Energiesmessung) diskutiert.

Bei Koinzidenzexperimenten treffen die Strahlungsteilchen und -quanten der untersuchten Quelle auf zwei Detektoren und es wird die Anzahl koinzidenter Strahlungsereignisse gemessen. Als koinzident gelten dabei Paare von je einem Impuls aus einem Detektor, welche innerhalb eines kleinen Zeitintervalls, der Auflösungszeit 2τ , registriert werden. Koinzidenzen können auf dreierlei Art zustande kommen:

1. Die registrierten Strahlungen wurden bei der Umwandlung ein und desselben Kerns der Quelle emittiert.
2. Sie gehen auf die Einwirkung der kosmischen Strahlung zurück (Schauer oder Passage eines Teilchens durch beide Detektoren).
3. Sie rühren von unabhängigen Kernumwandlungen her und fallen nur zufällig beide in ein Zeitintervall 2τ .

Ziel der Untersuchung ist die Ermittlung der Anzahl der unter 1. genannten, von der Quelle stammenden, wirklichen Koinzidenzen. Durch das Kriterium der Koinzidenz werden aus der Menge der auftretenden Detektorimpulse Paare herausgegriffen, die zu demselben

* Herrn Prof. Dr. GEORG STETTER zum 60. Geburtstag gewidmet.

Zerfallsprozeß gehören. Der einzelne Zerfallsprozeß wird damit einer Untersuchung zugänglich gemacht. Dies geschieht in der Weise, daß zusätzliche Bedingungen (energetischer, geometrischer oder zeitlicher Art) eingeführt und systematisch variiert werden. Beobachtet wird jeweils die Anzahl koinzidenter Ereignisse, welche auch den gewählten zusätzlichen Bedingungen genügen. Da bei den meisten derartigen Experimenten die Zahl der gemessenen Koinzidenzen pro Zeiteinheit klein — oft von der Größenordnung 1 pro Minute und darunter ist —, so ist es wesentlich, festzustellen, unter welchen Bedingungen ein minimaler Fehler des Resultats für eine gegebene Meßzeit resultiert.

A. Begrenzung des minimalen Fehlers durch das Auflösungsvermögen

Die Zahl der zufällig zustande kommenden Koinzidenzen/Sekunde beträgt

$$N_z = 2 \tau N_1 N_2 \quad (1)$$

wobei N_1 und N_2 die Teilchenzahlen/Sekunde in den beiden Detektorkanälen darstellen. Dieser Koinzidenzuntergrund begrenzt die statistische Güte der Messung der wirklichen Koinzidenzen, wie folgender einfacher Fall zeigt:

Die untersuchte Quelle weise N α -Zerfälle/Sek. auf, die alle von der Emission eines γ -Quants begleitet sind. Die α -Teilchen werden in Detektor 1 mit einer gesamten Nachweiswahrscheinlichkeit von ε_1 gezählt, die Quanten in Detektor 2 mit ε_2 . Wir erhalten

$$\begin{aligned} N_1 &= N \varepsilon_1 \\ N_2 &= N \varepsilon_2 \\ N_k &= N \varepsilon_1 \varepsilon_2 \end{aligned} \quad (2)$$

wobei N_k die Zahl der wirklichen Koinzidenzen/Sek. ist. Damit erhält man für das Verhältnis zwischen wirklichen und zufälligen Koinzidenzen

$$\frac{N_k}{N_z} = \frac{1}{2 \tau N} \quad (3)$$

Praktisch geht die Ermittlung von N_k so vor sich, daß die Gesamtkoinzidenzzahl während einer Meßdauer T bestimmt wird. Man erhält $T \cdot N_t$ Koinzidenzen, wobei

$$N_t = N_k + N_c + N_z \quad (4)$$

ist und N_c die Zählrate darstellt, welche von der kosmischen Strahlung her stammt. Die Zahl der wirklichen Koinzidenzen $T N_k$ wird durch Subtraktion der beiden Größen $T N_c$ und $T N_z$ von $T N_t$ gewonnen. Ihr mittlerer Fehler setzt sich daher aus den Fehlern dieser Messungen zusammen:

$$\sigma_{TN_k} = (\sigma_{TN_t}^2 + \sigma_{TN_c}^2 + \sigma_{TN_z}^2)^{1/2} \quad (5)$$

Der Fehler von $T N_c$ kann durch Messung der Koinzidenzen ohne Anwesenheit einer Quelle durch hinreichend lange Zeit klein gegenüber dem Fehler von $T N_t$ gemacht werden. $T N_z$ wird nach Gl. (1) aus dem

Auflösungsvermögen und den Einzelteilchenzahlen ermittelt. Auch dieser Fehler ist — bei genau bekanntem und konstantem Auflösungsvermögen — mit Rücksicht auf die hohen Einzelteilchenzahlen klein gegenüber dem ersten Term in Gl. (5). Vernachlässigt man also diese beiden Fehlerbeiträge, so erhält man für den mittleren relativen Fehler ϱ der Anzahl wirklicher Koinzidenzen $T \cdot N_k$

$$\varrho = \frac{\sigma_{TN_k}}{TN_k} = \frac{\sigma_{TN_t}}{TN_k} = \frac{(TN_t)^{1/2}}{TN_k} = \frac{1}{T^{1/2}} \frac{(N_k + N_c + N_z)^{1/2}}{N_k}. \quad (6)$$

Durch Einsetzen von (1) und (2) erhält man

$$\varrho = \frac{1}{T^{1/2}} \left[\frac{1}{N \varepsilon_1 \varepsilon_2} + \frac{N_c}{(N \varepsilon_1 \varepsilon_2)^2} + \frac{2\tau}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} \right]^{1/2}. \quad (7)$$

Für eine gegebene Meßzeit T nähert sich ϱ bei zunehmender Quellenstärke N dem Grenzwert [1]

$$\varrho_{\min} = \frac{1}{T^{1/2}} \left(\frac{2\tau}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} \right)^{1/2}. \quad (8)$$

Die erreichbare Genauigkeit des Resultats hängt also direkt mit dem Auflösungsvermögen zusammen. Die höchste sinnvolle Präparatstärke ist etwa erreicht, wenn der erste und dritte Term in Gl. (7) gleich groß werden (der zweite Term wird meist schon früher vernachlässigbar klein). Daraus folgt

$$N = \frac{1}{2\tau}, \quad \text{bzw.} \quad \frac{1}{2\tau N} = \frac{N_k}{N_z} = 1 \quad (9)$$

Dieser Fall tritt also ein, wenn die Zahl der zufälligen Koinzidenzen gleich der der wirklichen wird.

B. Begrenzung des Auflösungsvermögens durch zeitliche Schwankungserscheinungen

Der Verkleinerung der Auflösungszeit, die durch die obigen Betrachtungen nahegelegt wird, ist jedoch eine Grenze gesetzt. Sie ist durch die statistischen Schwankungen der Zeitspanne zwischen registriertem Ereignis und Ausgangsimpuls bestimmt, welche im Strahlungsdetektor auftreten. Jede Koinzidenzmessung kann letzten Endes auf einen Vergleich der Zeitpunkte zurückgeführt werden, zu denen die Ausgangsimpulse der Detektoren bestimmte Spannungsniveaus erreichen. Beim Szintillationszähler entspricht dies einer gewissen Photoelektronenanzahl an der Kathode des Photoelektronenvervielfachers. Der Zeitpunkt aber, zu dem — sagen wir — das zehnte Photoelektron bei verschiedenen Szintillationsereignissen mit gleicher Lichterregung emittiert wird, ist statistischen Schwankungen unterworfen [2]. Bei Ionisationsdetektoren werden infolge der relativ kleinen Wanderungsgeschwindigkeit von Ionen und Elektronen geometrische Faktoren die zeitlichen Schwankungen wesentlich bestimmen.

Mißt man die Koinzidenzkurve, das heißt die Anzahl der Koinzidenzen als Funktion einer variablen relativen Verzögerung zwischen den beiden Detektorkanälen in einer idealen Anordnung (ohne zeitliche Schwankungserscheinungen), so erhält man eine rechteckige Verteilung mit der Breite 2τ (Abb. 1; der konstante Untergrund von zufälligen Koinzidenzen ist hier bereits abgezogen). Treten bei einer gleichen Anzahl koinzidenter Ereignisse, N_0 , statistische Zeitschwankungen auf, die mit der Größe der Auflösungszeit vergleichbar sind, so zeigt sich eine Abrundung und Verflachung der Koinzidenzkurve. Die Fläche F unter der Koinzidenzkurve bleibt dabei unverändert [3]:

$$F = 2\tau N_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} N_k(t) dt \quad (10)$$

t ist die relative Verzögerung zwischen den Kanälen. Die Beobachtungswahrscheinlichkeit einer tatsächlich vorhandenen Koinzidenz ist in diesem Fall immer < 1 und beträgt im Maximum der Koinzidenzkurve

$$\zeta = \frac{N_{k \max}}{N_0} \quad (11)$$

Die Größe der mittleren zeitlichen Schwankung in einem Detektorkanal $\bar{t}$ kann aus der Gestalt der Kurve annähernd ermittelt werden [3]

$$\bar{t} \approx \left(\frac{\tau'^2 - \tau^2}{2} \right)^{1/2} \quad (12)$$

Dabei ist

$$\tau' = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} N_k(t) dt}{2 N_{k \max}} \quad (13)$$

$2\tau'$ stimmt etwa mit der Breite der tatsächlich vorliegenden Koinzidenzkurve in halber Höhe überein, während 2τ die Breite der idealen Kurve darstellt.

Welchen Einfluß besitzt nun die Verminderung der Beobachtungswahrscheinlichkeit einer Koinzidenz auf die statistische Güte der Messung? ζ geht natürlich in die Zahl der wirklichen Koinzidenzen als Faktor ein

$$N_k = N \varepsilon_1 \varepsilon_2 \zeta \quad (2a)$$

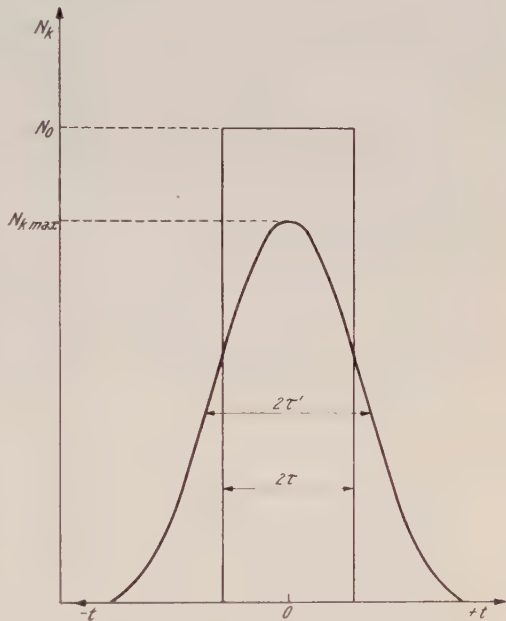


Abb. 1. Vergleich einer idealen Koinzidenzkurve mit einer realen bei Vorhandensein zeitlicher Schwankungserscheinungen

Bei analoger Durchrechnung erhält man

$$\varrho = \frac{1}{T^{1/2}} \left[\frac{1}{N \varepsilon_1 \varepsilon_2 \zeta} + \frac{N_c}{(N \varepsilon_1 \varepsilon_2)^2 \zeta} + \frac{2 \tau}{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \zeta^2} \right]^{1/2} \quad (7a)$$

$$\varrho_{\min} = \frac{1}{T^{1/2}} \left(\frac{2 \tau}{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \zeta^2} \right)^{1/2} \quad (8a)$$

Mit Hilfe der Gln. (10) bis (13) kann ζ^2 als Funktion von τ und $\bar{t}$ ausgedrückt werden (wobei angenommen wird, daß Gl. (12) exakt gelte):

$$\zeta^2 = \frac{\tau^2}{\tau^2 + 2 \bar{t}^2} \quad (14)$$

Das Minimum der Funktion

$$\varrho_{\min}(\tau) = \frac{1}{T^{1/2}} \left[\frac{2 (\tau^2 + 2 \bar{t}^2)}{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \tau} \right]^{1/2} \quad (15)$$

liegt bei dem Wert

$$\tau = \sqrt{2 \bar{t}} \quad (16)$$

In (14) eingesetzt ergibt sich

$$\zeta = 1/\sqrt{2}$$

Das vom statistischen Standpunkt optimale Auflösungsvermögen ist also erreicht, wenn die Beobachtungswahrscheinlichkeit der Koinzidenz zirka 70% im Maximum der Koinzidenzkurve beträgt. Für die sinnvolle obere Grenze der Präparatstärke ergibt sich dann

$$N = \frac{\zeta}{2 \tau}, \quad \text{bzw.} \quad \frac{N_k}{N_z} = \frac{\zeta}{2 \tau N} - 1 \quad (9a)$$

Nachdem nun gezeigt ist, wie das optimale Auflösungsvermögen der Koinzidenzmessung von den zeitlichen Schwankungserscheinungen im Detektor bestimmt wird, bleibt noch zu untersuchen, wie die Größe $\bar{t}$ von den Eigenschaften der Strahlung und des Detektors abhängt. Szintillationszähler eignen sich wegen der zeitlichen Kürze der auftretenden Lichtemission besonders zur schnellen Koinzidenzbeobachtung. Wir wollen uns daher im folgenden auf diese Art von Strahlungsdetektoren beschränken.

C. Erreichung kurzer Auflösungszeiten; zeitliche Schwankungserscheinungen

Soll die Koinzidenzmessung mit einer gleichzeitigen Energieanalyse der Strahlung verbunden sein, wird man Szintillatoren mit größtmöglicher Lichtausbeute für eine gegebene absorbierte Strahlungsenergie wählen. (Die erreichbare Energieauflösung $\Delta E/E$ ist durch $1/\sqrt{\bar{n}}$ begrenzt, wobei $\bar{n}$ die mittlere Photoelektronenanzahl an der Kathode des Photoelektronenvervielfachers darstellt.) Diese Szintillatoren sind NaJ(Tl) und Anthrazen, deren Szintillationszeitkonstante $\tau_s = 2,5 \cdot 10^{-7}$, bzw. $3 \cdot 10^{-8}$ Sekunden beträgt. Der Strom im Vervielf-

facher stellt ein zeitliches Abbild des Lichteinfalls dar und an der Kapazität der Ausgangselektrode entsteht ein Spannungsanstieg, der mit der Zeitkonstante τ_s erfolgt. Will man nun eine Koinzidenzauflösung $2\tau < \tau_s$ erreichen, bieten sich prinzipiell zwei Möglichkeiten:

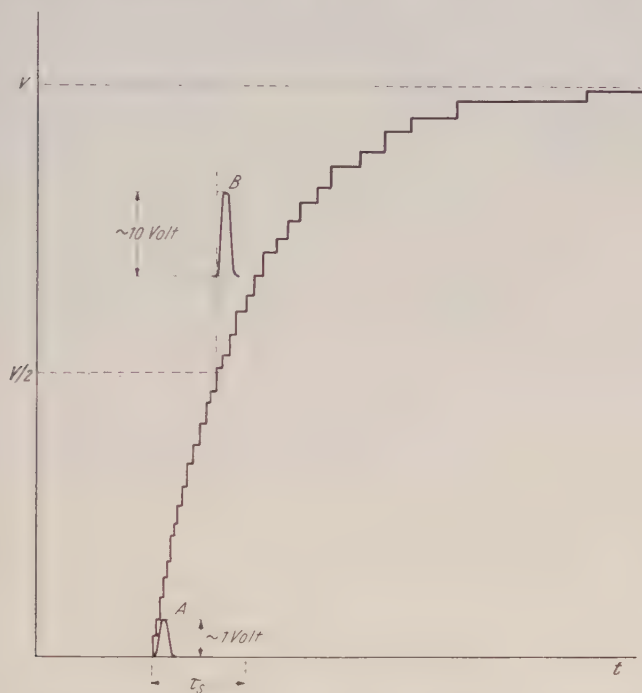


Abb. 2. Anstieg eines Szintillationsimpulses und erzeugte Standardimpulse bei zwei verschiedenen Methoden schneller Koinzidenzmessung

1. Verstärkung der Impulse mit nachfolgender Impulsbegrenzung. Der so gewonnene Stufenimpuls einheitlicher Größe wird durch Reflexion an einem Verzögerungsglied auf die gewünschte Kürze gebracht [4].

2. Verwendung eines Standardimpulsgenerators (Triggerkreises), der vom Detektorimpuls angestoßen wird und hinreichend steile und damit gut kürzbare Ausgangsimpulse liefert.

Abb. 2 zeigt den Verlauf eines Szintillationsimpulses mit einem Oszillographen idealer Zeitauflösung betrachtet. Er stellt eine Summe von Stufenimpulsen dar, die auf die Vervielfachung der einzelnen Photoelektronen von der Kathode des Photoelektronenvervielfachers zurückgehen. Ihre zeitliche Häufigkeit klingt mit τ_s ab. Die Anstiegszeit der Stufen rührt von der Laufzeitstreuung im Vervielfachersystem her und beträgt bei Vervielfachern mit fokussierendem System weniger als 10^{-9} Sekunden [5]. Um bei Anwendung der ersten Methode [4] die

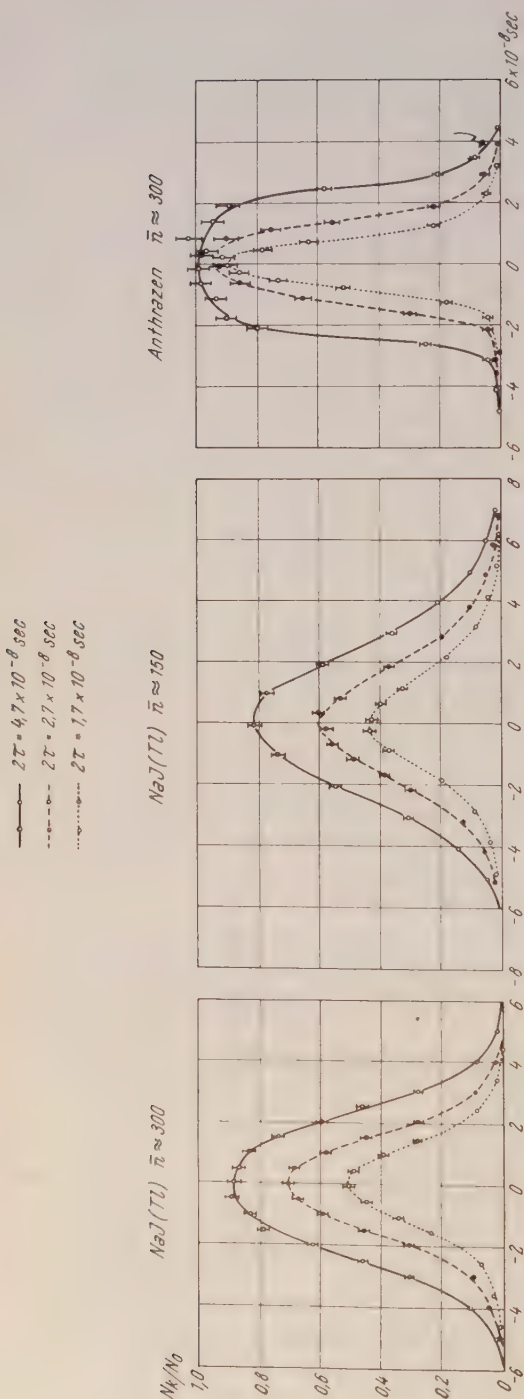


Abb. 3. Koinzidenzkurven gemessen mit $\gamma\text{-}\gamma$ -Koinzidenzen von Co^{60} ; $\bar{n}$: annähernde mittlere Photoelektronenanzahl der zur Messung zugelassenen Impulse

ursprüngliche Steilheit der ersten knapp aufeinanderfolgenden Stufen bei der Verstärkung einigermaßen zu erhalten, müssen Kettenverstärker (distributed amplifiers [6]) mit einer Bandbreite von zirka 200 MHz verwendet werden. Da die Linearität dieser Verstärker schlecht ist, wird der Szintillationsimpuls außerdem einem Proportionalverstärker zugeführt. Die Abbildung zeigt den erzeugten Standardimpuls (A); seine Größe ist um den Verstärkungsfaktor des Kettenverstärkers verkleinert dargestellt. Die statistischen Schwankungen seiner zeitlichen Lage relativ zum Szintillationsereignis betragen [2]

$$\bar{t} \pm \tau_s \sqrt{\frac{q}{\bar{n}}} \left[1 + \frac{2(q-1)}{\bar{n}} + \dots \right]$$

für $\bar{n} \gg q \geq 1$ (17)

$\bar{n}$ ist die mittlere Photoelektronenanzahl des Ereignisses und q die Zahl der Photoelektronen, die die Lage des Standardimpulses bestimmen (in Abb. 2 ist $q = 2$ gewählt).

Eine Koinzidenzanlage, welche die zweitgenannte Methode verwendet und mit Triggerimpulsen arbeitet, wurde aufgebaut und erprobt [7]. Durch geeignete Formung der verstärkten Detektorimpulse wird erreicht, daß die Standardimpulse dann erzeugt werden, wenn der

Detektorimpuls gerade seine halbe Höhe erreicht hat (B , Abb. 2); so wird die zeitliche Lage des Standardimpulses amplitudenunabhängig. Die Vorteile dieser Anordnung gegenüber der ersten Methode sind: Gesonderte Verstärkerkanäle mit Kettenverstärkern sind überflüssig; die Größe der Standardimpulse (~ 10 V) erlaubt die Verwendung einer 6 BN 6 als Koinzidenzmischstufe, was eine sehr gute Stabilität der Auflösungszeit gewährleistet. Schließlich ist die Zählung der Einzelteilchenzahlen bei Verwendung eines Triggerkreises vor der Koinzidenzmischstufe völlig eindeutig. Die minimale Auflösungszeit, soweit sie von der Form der Standardimpulse abhängt — etwa $5 \cdot 10^{-9}$ Sekunden — ist etwas größer als bei der Methode von BELL [4]. Die statistischen Schwankungen der Standardimpuls Lage relativ zum Szintillationsereignis sind ebenfalls größer und bestimmen meist bei gegebenem Szintillator und gegebener Teilchenenergie die kleinste sinnvolle Auflösungszeit gemäß Gl. (16). Eine exakte Berechnung dieser Schwankung liegt bisher nicht vor¹, doch läßt sich durch eine näherungsweise Rechnung zeigen, daß

$$\overline{t} \approx a \frac{\tau_s}{\sqrt{n}}. \quad (18)$$

Dabei hängt die Größe des Proportionalitätsfaktors a von der Wahl der Näherungsannahmen ab; er ist jedoch stets von der Größenordnung 1.

Der Einfluß der zeitlichen Schwankungserscheinungen (18) auf die beobachtete Koinzidenzkurve wird durch die in Abb. 3 wiedergegebenen Meßreihen verdeutlicht. γ - γ -Koinzidenzen einer Co^{60} -Quelle wurden mit NaJ(Tl) und Anthrazen-Detektoren gemessen. Außerdem wurden zusätzliche Energiebedingungen durch Auswahl der Impulsgrößen in der Weise eingeführt, daß die zugelassenen Impulse jeweils die angegebene mittlere Photoelektronenanzahl an der Kathode des Photoelektronenvervielfachers besaßen.

Herrn Dr. HELMUT PAUL vom Institut für Radiumforschung der Österreichischen Akademie der Wissenschaften danke ich für kritische Diskussionen über diese Arbeit.

Literatur

1. DUNWORTH, J. V., Rev. Scient. Instr. **11**, 167, 1940.
2. POST, R. F. und L. T. SCHIFF, Phys. Rev. **80**, 1113, 1950.
3. BAY, Z., H. KANNER und V. P. HENRI, ONR-Report NP-4988, 1953.
4. BELL, R. E., R. L. GRAHAM und H. E. PETCH, Canad. J. Phys. **30**, 35, 1952.
5. MORTON, G. A., Nucleonics **10/3**, 39, 1952.
6. GINZTON, E. L., W. R. HEWLETT, I. H. IASBERG und I. D. POE, Proc. I.R.E. **37**, 956, 1948.
7. WEINZIERL, P., Phys. Verhandlungen **6**, 165, 1955.

¹ Eine Abhandlung über die exakte Berechnung dieser Schwankungserscheinungen ist in Vorbereitung.

Zur Bestimmung der Kohlensäure in Luft*

Von

A. Brukl und L. Balcarezyk

Aus dem I. Chemischen Universitäts-Laboratorium und dem I. Physikalischen Institut der Universität Wien

Mit 1 Abbildung

(Eingelangt am 22. März 1956)

Zusammenfassung

1. Es wurden die Verfahren zur Bestimmung der Kohlensäure in Luft überprüft, wobei sich die ursprüngliche PETTENKOFER-Methode (Rücktitration mit Salzsäure) bei langsamer Titration als zuverlässig zeigte. Auf die direkte Bestimmungsmöglichkeit nach WINKLER, die ebenfalls gute Resultate erbringt, wird hingewiesen.

2. Es wurde der Zusammenhang von Lichteffekten der Kohlensäure und Bariumsalzen aufgezeigt.

Die exakte Bestimmung der Kohlensäure in der Atmosphäre hat in jüngster Zeit erhöhte Bedeutung gewonnen, da aus den Schwankungen ihres Gehaltes Schlüsse auf Assimilationsvorgänge und auch auf meteorologische Großwetterlagen gezogen werden. In einer großangelegten Untersuchung diskutiert G. WAGNER die Analysenmethoden und wählt die PETTENKOFER-HESSE-Methode aus, die unter Einhaltung genau festgelegter Analysenbedingungen eine brauchbare Genauigkeit zwischen zwei gleichartigen und gleichzeitigen Messungen erreicht. Andere Untersuchungsstellen verwenden die ursprüngliche PETTENKOFER-Methode, die ebenfalls Resultate zeitigt, die untereinander gut vergleichbar sind. Werden jedoch die Ergebnisse beider Methoden gegenübergestellt, so ergeben sich Unterschiede, die weit aus dem Rahmen der üblichen Fehler geraten und in den Bereich der vermuteten Veränderungen fallen. Es ist naheliegend, daß es sich um methodische Abweichungen handelt und daß eine oder beide der genannten Methoden Relativergebnisse liefert. Der Zweck der vorliegenden Untersuchung liegt in der Suche nach einer absoluten Analysenmethode für Kohlensäure in Mengen von 0,02 bis 0,05 Prozent in der Luft und in der Aufklärung der vorhandenen Unstimmigkeiten.

* Herrn Prof. Dr. GEORG STETTER zum 60. Geburtstag gewidmet.

Bei der Durchführung der Analysen hielten wir uns streng an die Vorschriften der einzelnen Autoren, vor allem an die Einzelheiten, die G. WAGNER ausführlich beschrieb. Zum Ansetzen der Maßlösungen wurde Leitfähigkeitswasser verwendet, für die Säuren standen Fixanalampullen und für die Luft die gleichen Glaskolben zur Verfügung. Alle Verbindungen der angewandten Apparate zur Außenluft, bzw. zur stets verwendeten Stickstoffbombe waren mit Natronasbest (Hirsekorngroße, p. A. MERCK) abgesichert. Kolben, Pipetten und automatische Büretten waren amtlich geeicht und wurden überprüft, so daß die geforderte Genauigkeit auf 1% des Kohlensäuregehaltes erfüllt werden konnte.

Die beiden Methoden: PETTENKOFER (Methode I) und PETTENKOFER-HESSE (Methode II) verwenden eine 0,01 *n* Bariumhydroxydlösung zur Absorption der Kohlensäure, wobei Bariumkarbonat zur Abscheidung gelangt. Das Zurückmessen der unverbrauchten Lauge erfolgt bei Methode I mit einer 0,01 *n* Salzsäure, bei II mit 0,01 *n* Oxalsäure. In beiden Fällen wird ein Tropfen Phenolphthalein, 1%ig in alkoholischer Lösung als Indikator zugegeben. Bei der Bestimmung des Wirkungswertes Säure-Base ergaben sich bei Methode II schon Unstimmigkeiten, da es nicht gleichgültig scheint, mit welcher der beiden Maßlösungen titriert wird. Gleichartige Serien zeigen eine gute Übereinstimmung, während die beiden Wirkungswerte nur unbefriedigend harmonisieren. Schon G. BRUHNS hatte diese Unstimmigkeit erkannt und vermutet die Bildung von basischen und sauren Bariumoxalaten, die auch präparativ hergestellt wurden. Er lehnt daher die Oxalsäure als Maßlösung im Gefolge von Erdalkalihydroxydlösungen ab, eine Meinung, die auch von modernen Handbüchern der Maßanalyse vertreten wird.

Beispiel	Methode I	Methode II	Differenz
a	0,0341 V% CO ₂	0,0366 V% CO ₂	8%
b	0,0349 V% CO ₂	0,0384 V% CO ₂	10%

Die von uns festgestellten Abweichungen konnten jedoch nicht die alleinige Ursache für die Unstimmigkeiten der Methoden I und II sein. Die alte PETTENKOFER-Methode (I) wurde später durch C. WINKLER zur Bestimmung von Karbonat- neben Hydroxylionen herangezogen, befriedigte jedoch nicht, so daß SÖRENSEN und ANDERSON neuerliche Untersuchungen anstellten. Die wesentliche Erkenntnis lag in der Tatsache, daß die Löslichkeit des Bariumkarbonates zu groß ist, um einen scharfen und richtigen Indikatorumschlag zu ergeben. Wird die Löslichkeit durch Zugabe von Bariumionen (als neutrales Bariumchlorid) zurückgedrängt, werden bessere Ergebnisse erzielt. LINDNER überprüfte diese Angaben anlässlich der maßanalytischen Bestimmung der Kohlensäure sowohl in der Elementar- als auch in der Mineralanalyse und fand sie außerordentlich zuverlässig. Eine Verfeinerung ergab sich durch die Beobachtung, daß die Barytlauge mit 11 g Bariumchlorid im Liter

spezifisch schwerer ist als die zugetropfte salzsaure Maßlösung, so daß die Oberfläche vorübergehend sauer reagieren und so zu Kohlensäureverlusten führen kann. Durch Zugabe von 30 g Bariumchlorid je Liter der sauren Maßlösung kann diese Ungenauigkeit behoben werden.

	ml 0,01 <i>n</i> HCl
Versuche c) 0,01 <i>n</i> Ba(OH) ₂ und 0,4 g BaCl ₂ im Liter	26,68
mit Zusatz von reinstem neutralem BaCO ₃	27,20
weitere Zugabe 1 g BaCl ₂	26,90
Versuche d) 0,01 <i>n</i> Ba(OH) ₂ und 11 g BaCl ₂	
0,01 <i>n</i> HCl und 30 g BaCl ₂	
ohne BaCO ₃	24,70
mit BaCO ₃	25,0

(Gleichartige Versuche mit Methode II lieferten nur unwesentliche Abweichungen von 0,03 ml.) Die Differenz von 0,3 ml ist unerfreulich groß. Bisher verwendeten die Analytiker bei Bestimmung der Mineralkohlensäure 0,1 *n* Maßlösungen; bei 0,05 *n* stellten sich Ungenauigkeiten ein, die LINDNER auf die Gegenwart von Spuren Kieselsäure zurückführte. Wir überprüften diese Angabe sowie den Einfluß höherer und tieferer Temperatur an 0,01 *n* Maßlösungen und konnten nur einen unbedeutenden Einfluß erkennen, der nicht die Unstimmigkeiten beseitigen konnte. Im Verlaufe der Untersuchung wurde beobachtet, daß die Geschwindigkeit der Titration einen Einfluß auf die Resultate ausübt. Aus Gründen der tabellarischen Zusammenstellung sind diese Versuche nicht mit Luft vorgenommen worden, sondern es lieferte eine genau eingestellte 0,01 *n* Natriumkarbonatlösung die erforderlichen Karbonationen, während der Gehalt an Bariumhydroxyd dadurch unverändert blieb. Die Maßlösungen hatten die beim Versuch d angegebenen Zusammensetzungen. Um die Abhängigkeit der Genauigkeit von der Titriergeschwindigkeit festzustellen, wurden drei Serien untersucht. Die angegebenen Werte sind Mittelwerte aus vier Titrationen.

1. Titration, wie bisher üblich, Zugabe von 0,01 *n* Salzsäure bis wenige ml vor dem Umschlag des Indikators und hierauf gleich zu Ende titriert.

2. Wie bei 1, jedoch vor dem Endpunkt 10 Minuten unter Schütteln gewartet. Die so gewonnenen Resultate waren jedoch schwer reproduzierbar und wurden nicht in die Tabelle aufgenommen.

3. Es wurde nach Zugabe von je 5 ml Maßlösung 3 bis 4 Minuten unter Schütteln gewartet.

25 ml der 0,01 *n* Ba(OH)₂-Lösung entsprachen nach genauer Festlegung 25,95 ml 0,01 *n* HCl (Methode I). Die entsprechenden Wirkungswerte für Methode II (Oxalsäure) ergaben nach 1. 26,18 ml und nach 3. 25,97 ml 0,01 *n* Oxalsäure.

Tabelle 1

Zugabe von ml 0,01 n Na_2CO_3 zu 25 ml obiger 0,01 n $\text{Ba}(\text{OH})_2$ -Lösung	Verbrauch an 0,01 n HCl		Verbrauch an 0,01 n Oxalsäure	
	nach Punkt 1	nach Punkt 3	nach Punkt 1	nach Punkt 3
1	26,20 cm ³	25,84 cm ³	26,18 cm ³	25,82 cm ³
2	26,30 cm ³	25,89 cm ³	26,05 cm ³	25,95 cm ³
3	26,38 cm ³	25,93 cm ³	26,10 cm ³	26,03 cm ³
4	26,60 cm ³	25,93 cm ³	26,18 cm ³	26,18 cm ³
5	26,55 cm ³	25,90 cm ³	26,— cm ³	26,20 cm ³
10	26,28 cm ³	25,90 cm ³	26,04 cm ³	26,25 cm ³

Kurvenbild

[Die Werte ober- und unterhalb der Abszissenachse geben die zum Neutralpunkt notwendigen ml 0,01 n Säurelösung an. Die Werte oberhalb mit steigender ml-Zahl zeigen deutlich die Verluste an Kohlensäure an, wobei, da es sich um Differenzbestimmungen handelt, 0,03 ml ungefähr 1% des durchschnittlichen Kohlensäuregehaltes der Luft betragen. Für die Luftanalyse kommen die Werte 2 bis 5 ml 0,01 n Natriumkarbonat in Betracht. Man sieht deutlich die großen Verluste nach Methode I, erkennt aber auch die Schwankungen der Methode II, die ebenfalls zu niedere Resultate liefert; die Differenzen von mehr als 10% sind nun aufgeklärt. Die Titrationen mit Oxalsäure zeigen, daß die ausfallenden Niederschläge nicht formelrein sein können und daß Absorptionsvorgänge stattfinden. Immerhin stellt die PETTENKOFER-HESSE-Methode (II) annähernd vergleichbare Resultate bei, die einige Prozent zu niedrig sind. Die Salzsäuremethode mit langsamer Titration und in Anwesenheit von genügend Bariumchlorid in beiden Maßlösungen gibt 1% bis 2% zu

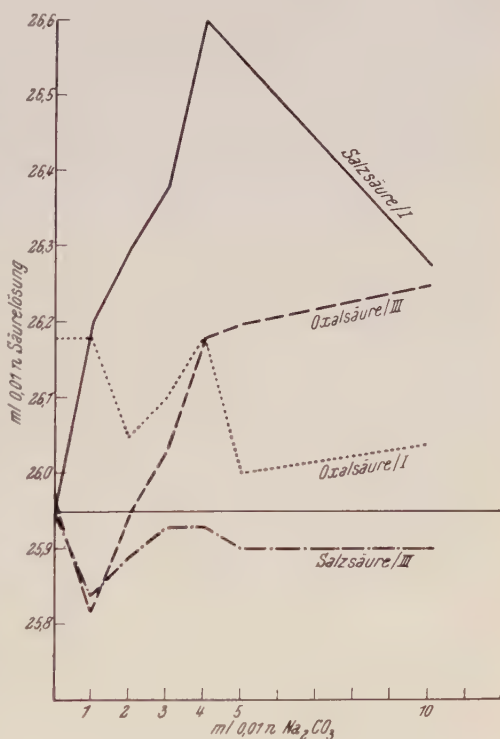


Abb. 1

genügend Bariumchlorid in beiden Maßlösungen gibt 1% bis 2% zu

hohe Kohlensäurewerte, möglicherweise durch Umhüllung von $\text{Ba}(\text{OH})_2$ durch BaCO_3 , wie es SÖRENSON und ANDERSON vermuten. Der Kurvenverlauf ist wesentlich flacher und gleichmäßiger und erlaubt eine sicherere Fehlerabschätzung als die anderen Kurven. Unter den vier geprüften Methoden ist die letztgenannte die empfehlenswerteste.

Auf der dreimal so großen Löslichkeit der Kohlensäure in Alkohol gegenüber Wasser baute L. W. WINKLER eine neue Bestimmung der Luftkohlensäure auf, in dem er die alkoholische Lösung mit eingestellter Natriumkarbonatlösung zu Natriumhydrogenkarbonat umsetzte. Während in wässriger Lösung diese Umsetzung infolge von Hydrolyse nicht zu Ende geführt werden kann, nähert sie sich in 80%igem bis 96%igem Alkohol dem theoretischen Wert. Wir hatten dieses Verfahren genau überprüft, wobei alle Vorsichtsmaßnahmen angewendet wurden, und hatten gute Resultate erhalten. Anfangs hatten wir große Schwierigkeiten mit dem angewandten Alkohol, denn der Kohlensäuregehalt wechselte sehr stark und konnte in unvollständig gefüllten Vorratsflaschen beträchtliche Werte annehmen. Auch eine einmalige Destillation im Stickstoffstrom vermindert nur den Kohlensäuregehalt, entfernte ihn jedoch nicht. Trotzdem wurde für unsere Serienversuche einmal destillierter Alkohol verwendet, der wie Leitfähigkeitswasser, mit Natronasbeströhrchen geschützt, aufbewahrt wurde.

Für die Luftanalysen sind die eingangs erwähnten 1 Liter Glaskolben verwendet worden, die wie bisher mit der zu untersuchenden Luft gefüllt wurden. In einem mit Glasstopfen versehenen Stehkolben wird je Analyse 40 ml Alkohol übergehebert, mit 4 Tropfen 1%iger Phenolphthaleinlösung versetzt und mit einer 0,01 *n* Natriumkarbonatlösung bis zum ersten dauernden Bläßrot titriert. Diese alkoholische Lösung (40 ml) wird nun in den Analysenkolben übergeführt; man läßt 1 bis 2 Minuten stehen und schüttelt dann gut durch. Aus einer Feinbürette wird solange eine 0,01 *n* Na_2CO_3 -Lösung unter Schütteln zugegeben, bis die Indikatorfarbe dem neutralisierten Alkohol gleicht. Für eine normal zusammengesetzte Luft werden etwa 4 ml Maßlösung verbraucht.

Gegenüber den PETTENKOFER-Methoden hat dieses Verfahren den großen Vorzug der direkten Kohlensäurebestimmung; es läßt sich rasch durchführen und bei Serienbestimmungen können weitgehende Arbeitsersparungen erzielt werden. Der Indikatorfehler wird ausgeschaltet durch das gleichartige Neutralisieren des zu verwendenden Alkohols. Es wurde eine große Zahl von Analysen nach dem Ausguß und Einsaugverfahren vorgenommen, wobei die PETTENKOFER-Methode I mit langsamer Titration als Vergleich diente.

Die Annahme L. W. WINKLERS, daß atmosphärische Luft einen konstanten Gehalt von 0,04% Kohlensäure besitzt, konnten wir nicht bestätigen. Auch mit seiner Methode fanden wir die Kohlensäureschwankungen im Tagesverlauf, wie sie aus anderen Untersuchungen bekannt sind.

Die im vorhergehenden angeführten Versuche wurden bei diffusem Tageslicht vorgenommen, um eine spezifische Lichteinwirkung auszu-

	Nach WINKLER	Nach PETTENKOFER
a	0,0309 V%	0,0301 V%
b	0,0305 V%	0,0301 V%
c	0,0294 V%	0,0292 V%
	0,0282 V%	0,0283 V%
	0,0303 V%	0,0292 V%

schließen. MEZZADROLI und GARDANO haben nämlich gezeigt, daß in Alkali und Erdalkalihydrogenkarbonatlösungen durch U.V.-Strahlung organische Verbindungen, wahrscheinlich Aldehyde und Zucker, gebildet werden. Die größte Wirkung besitzen die Barium- und Calciumverbindungen, deren Umsätze mehrere Prozente der vorhandenen Kohlensäure betragen, während die Alkaliverbindungen eine wesentlich kleinere Ausbeute ergeben. Auch G. WAGNER hat auf den Lichteinfluß hingewiesen und gezeigt, daß hierbei sehr große Analysendifferenzen auftreten können. Diese Lichteinwirkung wurde nun näher studiert, wobei vor allem die analytische Seite berücksichtigt werden sollte.

Zuerst sollten die Versuche von WAGNER wiederholt werden, bei denen die Füllung der Analysenkolben nach dem Ausguß- oder Einsaugverfahren vorgenommen wurde. Da kein Monochromator zur Verfügung stand, wurde zur Bestrahlung eine vorhandene Tageslichtleuchtröhre verwendet, welche einen groben Unterschied gegen das diffuse Tageslicht, sowohl nach der Intensität als auch nach der Qualität (starke Hg-Banden), aufweist. Mit den von WAGNER angeführten Beobachtungen (KUNZ, WAGNER, BALCARCZYK) sind daher die folgenden Experimente nicht ohne weiteres vergleichbar; die Feststellung der genaueren Zusammenhänge wird eine Aufgabe weiterer Untersuchungen sein. Von den beiden Versuchskolben wurde der eine dem Lichte der Tageslichtleuchtröhre 20 Minuten ausgesetzt, während der andere im diffusen Tageslicht verblieb. Zur Analyse wurde die PETTENKOFER-Methode I mit langsamer Titration herangezogen. Die Analysenergebnisse ergaben 10% bis 13% Unterschied je Kolbenpaar. Nun wurde versucht, diese Lichteinwirkung mit der WINKLER-Methode nachzuweisen.

Tabelle 2

PETTENKOFER		WINKLER	
Tageslicht	Leuchtröhre	Tageslicht	Leuchtröhre
0,0289	0,0309 + 7%	0,0315	0,0319
0,0316	0,0340 + 8%	0,0319	0,0320
0,0311	0,0342 + 10%	0,0321	0,0321
0,0293	0,0333 + 14%	0,0319	0,0313
0,0311	0,0365 + 15%	0,0319	0,0318

Während bei der Verwendung der PETTENKOFER-Methode in allen Fällen beim bestrahlten Kolben ein höherer Kohlensäurewert gefunden wurde, war bei Anwendung der WINKLER-Methode kein Unterschied zwischen bestrahltem und nicht bestrahltem Kolben festzustellen. Nach diesem Ergebnis muß angenommen werden, daß Bariumsalze im Reaktionsablauf eine wesentliche Rolle spielen. Der Beweis wurde mit Hilfe von Natriumkarbonat- und Barytlösungen, wie sie bei der Überprüfung der PETTENKOFER-Methoden mit Vorteil benützt wurden, geführt. In zwei mit reinstem Stickstoff gefüllten Kolben wurden 10 ml einer 0,01 *n* Natriumkarbonatlösung und 25 ml einer 0,01 *n* Bariumhydroxydlösung gegeben; der eine Kolben stand im diffusen Tageslicht, der andere wurde mit der Leuchtröhre 30 Minuten bestrahlt. Da sich der Hydroxylionengehalt nicht geändert hat, müssen sich etwaige Veränderungen in diesem System in Abweichungen vom Wirkungswert kenntlich machen.

Abweichungen vom Wirkungswert Im Tageslicht	Verbrauch an 0,01 <i>n</i> HCl Leuchtröhre
0,05 ml	0,20 ml
-0,03 ml	0,20 ml
0,00 ml	0,20 ml

Es trat demnach im bestrahlten Kolben ein höherer Verbrauch an 0,01 *n* HCl ein, das heißt von der Kohlensäure wurden etwa 7% verbraucht. Ähnliche Ergebnisse wurden mit Bariumhydrogenkarbonat erhalten; unter der Leuchtröhre wurden 8% bis 12% der Kohlensäuremenge umgewandelt. Man muß annehmen, daß durch die eingestrahlte Energie die Kohlensäuremoleküle angeregt werden und beim Zusammenreffen mit Bariumsalzen organische Verbindungen ergeben. Wie weit der Indikator, das Phenolphthalein, an diesem Reaktionsverlauf beteiligt ist, konnte nicht einwandfrei festgestellt werden. In der Photosynthese sind nämlich einige Farbstoffe bekannt, die als Überträger auftreten.

Vom analytischen Standpunkt war noch die Frage zu beantworten, ob nur die Luftkohlensäure allein nach Belichtung und Zusammenreffen mit Bariumsalzen Reaktionen eingeht und wie sich eine auf chemischem Wege erzeugte Kohlensäure verhält. Zu diesem Zwecke wurde aus einer Natriumbikarbonataufschlammung mit Schwefelsäure Kohlensäure hergestellt. Die Apparatur bestand aus einem Gas-Entwicklungskolben mit zwei Auslässen und einem Tropftrichter. Der eine Auslaß stand über ein Natronkalkrohr mit der Außenluft in Verbindung, an dem anderen befand sich eine kleine Waschflasche mit Leitfähigkeitswasser. Dann folgte ein größerer Mischkolben, worauf sich über ein Gabelrohr die beiden Analysenkolben anschlossen, die nach dem Analysungsverfahren gefüllt wurden.

Tageslicht	Leuchtröhre
1,38 V% CO ₂	1,69 V% CO ₂
1,21 V% CO ₂	1,69 V% CO ₂
0,40 V% CO ₂	0,58 V% CO ₂

An Stelle des Gasentwicklungskolbens wurde eine Waschflasche eingesetzt, die kleine Trockeneisstücke enthielt.

Leuchtrohr	Tageslicht	%
0,0084	0,0064	23
0,4500	0,3880	15
0,8850	0,7940	12
0,0175	0,0158	10
0,883	0,789	10
0,0640	0,0443	45
0,631	0,412	53
0,0510	0,0452	12
1,65	1,20	38

Die obigen Analysen zeigen, daß jede Kohlensäure das gleiche Verhalten wie Luftkohlensäure besitzt, wenn sie atmosphärischer Luft zugemischt wird. Versuche mit vorher hochgereinigter, kernfreier Luft, wie bei WAGNER u. a. beschrieben, wurden hier nicht gemacht. Nur in einem Falle wurde eine Ausnahme gefunden, die jedoch nicht weiter verfolgt wurde: Als man durch eine glühende mit Kupferoxyd gefüllte Verbrennungsröhre Luft durchleitete, blieb der Strahlungseffekt aus, obwohl die gleichen nicht erhitzten Luftproben vor- und nachher ihn zeigten.

Auch mit Kohlensäure gesättigtem Wasser wurden Versuche angestellt; der Verbrauch an 0,01 *n* Salzsäure der bestrahlten Proben war um 0,4 ml kleiner als bei den Testproben.

Literatur

1. BRUHNS, G., Z. anorg. Chem. **95**, 194 (1916).
2. LINDNER, J., Z. analyt. Chem. **66**, 305 (350-360) (1924-1925); **72**, 135 (1927); **78**, 188 (1929).
3. MEZZADROLI, G. und G. GARDANO, Atti Linc. (6) **6**, 160 (1927).
4. PETTENKOFER, M. v., siehe W. D. TREADWELL, Quantitative Analyse.
5. PETTENKOFER, M. V. und W. HESSE, Jahrschrift für gerichtl. Medizin (1) **31**, II. (1877).
6. SÖRENSEN, S. P. L. und A. C. ANDERSON, Z. analyt. Chem. **47**, 279 (1908).
7. WAGNER, G., Öst. Chem. Ztg. **54**, 133 (1953).
8. WINKLER, L. W., Z. analyt. Chem. **92**, 23 (1933).

Über Beobachtung und Photographie von Luftspiegelungen*

Von

Ernst Reeger

I. Physikalisches Institut der Universität Wien

Mit 16 Abbildungen

(Eingelangt am 22. März 1956)

Zusammenfassung

Abschnitt I: Unter Zugrundelegung des für die Lichtfortpflanzung in inhomogenen Medien verallgemeinerten SNELLIUSSchen Brechungsgesetzes wird der Strahlengang für einige Varianten eines besonders einfachen Modellfalls eines optisch inhomogenen Mediums berechnet. Die Grundzüge des nur im Hinblick auf Abschnitt II entwickelten Modells sind folgende: Über einer diffus reflektierenden Oberfläche nimmt die Brechungszahl um einen sehr kleinen Betrag linear mit der Höhe zu und bleibt dann konstant. Für sehr wenig gegen die Horizontale geneigte Strahlen ergibt sich im inhomogenen Medium ein parabolischer Strahlenverlauf. Aus der Rechnung ergibt sich das Zustandekommen eines „verkehrten Spiegelbildes“ und eines „aufrechten Spiegelbildes“ für genügend entfernte Objekte sowie bestimmte, für Luftspiegelungen typische Verzerrungen, ferner das Verschwinden bodennaher, ausreichend entfernter Objekte.

Abschnitt II: Auch in unseren Gegenden sind im Hochsommer an klaren, windstillen Tagen Luftspiegelungen häufig zu sehen. Am auffallendsten sind sie über ebenen, langen Asphaltstraßen. Sie treten aber auch über warmen Seen auf und sind dort aus mehreren Gründen oft sogar noch schöner ausgebildet als über festem Gelände. Die photographische Aufnahme von Luftspiegelungen ist mit großen Schwierigkeiten verknüpft; trotzdem gelang über festem Gelände sowie über einem See eine Anzahl solcher Aufnahmen, von denen hier einige besonders typische gezeigt werden. Man sieht die im ersten Abschnitt erörterten Verzerrungen sowie das Verschwinden von kleinen, ausreichend entfernten Objekten. 5 Bilder zeigen die Abhängigkeit der Erscheinung von der Augenhöhe des Beobachters.

I. Theorie des Strahlenverlaufes in einer Atmosphäre mit vertikalem Temperaturgradienten

Unsere Erdatmosphäre ist eines der wichtigsten Beispiele für ein optisches Medium mit stetig veränderlicher Brechungszahl. Die Abnahme des Druckes und damit auch der Dichte und der Brechungszahl mit der Höhe verursacht die für die Astronomie bedeutungsvolle atmo-

* Herrn Prof. Dr. GEORG STETTER zum 60. Geburtstag gewidmet.

sphärische Refraktion, die die Gestirnhöhen systematisch verfälscht. Aber auch ein Temperaturgefälle ist mit einem Gefälle der Brechzahl verbunden. Ein Fall dieser Art, der uns näher beschäftigen soll, liegt vor, wenn ebener, durch die Sonne erhitzter Boden die untersten Luftschichten erwärmt. Die Brechzahl der Luft steigt dann mit der Höhe zunächst an und wird bald fast konstant.

In allen diesen Fällen, in denen eine scharfe Grenzfläche zwischen den Gebieten verschiedener Brechzahl fehlt, ist für die Fortpflanzung eines Lichtstrahles das einfache SNELLIUSSCHE Gesetz durch ein anderes zu ersetzen¹. Hier interessiert uns vor allem der Fall, daß die Brechzahl n nur von einer Koordinate, nämlich der Höhe z , abhängt. In diesem Falle verläuft jeder Lichtstrahl in einer lotrechten Ebene; er krümmt sich in Richtung der zunehmenden Brechzahl, wobei in jedem Punkte für den Krümmungsradius ϱ gilt

$$\frac{1}{\varrho} \text{ (die Krümmung) } = \frac{d(\ln n)}{dz} \cdot \sin \beta,$$

wenn β den Winkel zwischen der Lichtrichtung und grad n (in unserem Falle also der Lotrichtung) bedeutet. Für zwei Ebenen mit den Brechzahlen n_1 und n_2 ergibt sich dann immer $n_1 \sin \beta_1 = n_2 \sin \beta_2$, die Änderung der Lichtrichtung ist die gleiche, wie sie sich für eine scharfe Grenzfläche zwischen zwei homogenen Medien mit den Brechzahlen n_1 und n_2 ergeben würde. Weicht innerhalb des betrachteten Gebietes n sehr wenig von 1 ab (für Luft ist n zirka $1 + 3 \cdot 10^{-4}$), dann wird $\ln n = n - 1$ und $d(\ln n) = dn$. Beschränken wir uns auf Strahlen, die in ihrem ganzen Verlauf sehr wenig von der Horizontalen abweichen (β zirka 90°), so können wir $1/\varrho$ durch z'' und $\sin \beta$ durch 1 ersetzen; unsere Formel geht über in

$$z'' = \frac{dn}{dz}.$$

Den folgenden Überlegungen wollen wir die Annahme zugrunde legen, daß oberhalb einer bestimmten Grenzfläche n konstant ist (homogene Schicht), darunter jedoch nach unten *linear* abnimmt (brechende Schicht). Wenn wir mit relativen, auf die homogene Schicht

¹ Einen sehr guten Überblick über die mit der Lichtfortpflanzung in inhomogenen Medien zusammenhängenden Probleme findet man bei: RICHARD GANS, „Medien mit veränderlichem Brechungsindex“ im Band 19 des Handbuches für Experimentalphysik von W. WIEN und F. HARMS.

In der bekannten „Meteorologischen Optik“ von PERNTER und EXNER befaßt sich ein eigener Abschnitt mit den Luftspiegelungen und anderen Erscheinungen, die mit der optischen Inhomogenität der Atmosphäre zusammenhängen. Die Behandlung der Phänomenologie und der Theorie der Luftspiegelungen erfolgt mit größerer Allgemeinheit als in der vorliegenden Arbeit. Diese befaßt sich in ihrem zweiten Abschnitt nur mit jenen Luftspiegelungen, die auch in Mitteleuropa relativ häufig und leicht zu beobachten sind; der erste Abschnitt enthält die konkrete Durchrechnung einiger Varianten eines einfachen, den speziellen Verhältnissen der im zweiten Abschnitt beschriebenen Erscheinungen angepaßten Modellfalls.

Beobachterhöhe z_B , solange diese nur positiv ist, nicht ab, sondern nur von Δ , der Zunahme der Brechzahl zwischen Boden und Obergrenze:

$$\alpha_1 = \sqrt{2\Delta}.$$

Die Annahme einer Untergrenze der brechenden Schicht (die wir ebensogut als spiegelnde Schicht bezeichnen können) hat noch eine andere Folge, die wir der Abb. 1 entnehmen können. Die Schar der von der spiegelnden Schicht reflektierten Kurven (in der Abb. durch die Kurven 6, 7 und 8 repräsentiert) hat eine Einhüllende (punktirt gezeichnet): aus dem unter ihr liegenden Gebiet führt kein Sehstrahl zum Beobachter, es ist für ihn unsichtbar. Der Strahl 6 z. B. dringt nur mehr ganz wenig in die spiegelnde Schicht ein, von einem in der Nähe des Minimums von Strahl 6 befindlichen Gegenstand sieht B fast nur mehr das, was aus der spiegelnden Schicht herausragt, wogegen das unterste Stück in der spiegelnden Schicht verschwunden und unsichtbar ist.



Abb. 2

Schließlich ist im Gegensatz zu einer spiegelnden Fläche noch zu beachten, daß der Schnittpunkt der beiden geradlinigen Strahlstücke (in Abb. 1 strichpunktirt gezeichnet für Strahl 8) immer doppelt so tief liegt als der Parabelscheitel, also für jeden Strahl in einer anderen Höhe; schon aus diesem Grunde kann die brechende Schicht in ihrer Wirkung nicht durch eine einzige spiegelnde Fläche ersetzt werden. Dies ist zwar belanglos, solange B sich in der homogenen Schicht befindet und das Objekt unendlich ferne ist; anderenfalls werden die Verhältnisse verwickelter. Es resultieren dann gewisse Verzerrungen, die nicht ohne weiteres zu überblicken sind.

Die später folgenden Kurven (Abb. 3 bis 6) sind die Ergebnisse von Rechnungen, die von folgenden, in Abb. 2 illustrierten Voraussetzungen ausgehen: in der brechenden Schicht ist $dn/dz = 10^{-5}$ pro Längeneinheit. Im Niveau der Obergrenze ist (wie früher) die Höhenkoordinate $z = 0$. In der Höhe h (die auch Null oder negativ sein kann) befindet sich der Beobachter B , in der horizontalen Entfernung x ein Objekt G . Ein vom Objektpunkt der Höhe z unter der Neigung α (Winkel gegen die Horizontale; positiv gezählt, wenn der Strahl von rechts oben nach links unten verläuft) ausgehender Strahl erreicht den Beobachter unter dem Winkel α' .

Man kann nun bei gegebener Beobachtungshöhe h und Objektentfernung x den Winkel α' (die „scheinbare Höhe“) als Funktion von z ,

der Höhe der Objektpunktes, berechnen. Es ist hierbei am einfachsten, von B ausgehend die Strahlen rückwärts zu verfolgen, da jeder von B ausgehende Sehstrahl das Objekt in irgend einer Höhe treffen muß; dies ist auch deshalb von Vorteil, weil, wie wir sehen werden, z immer

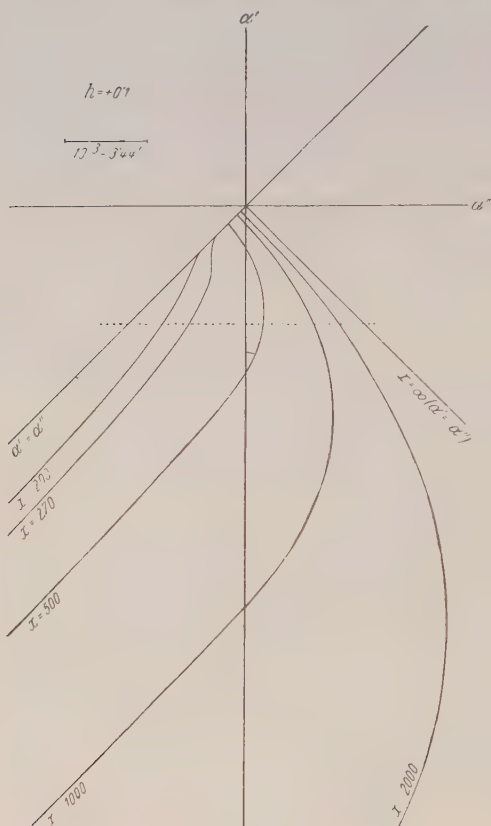


Abb. 3

eine eindeutige Funktion von a' ist, a' aber in bestimmten Bereichen eine zwei- bis dreideutige Funktion von z .

Man kann außerdem noch den betreffenden Objektpunkt mit B durch eine Gerade verbinden (siehe den gestrichelten Strahl in Abb. 2) und deren Neigung a'' berechnen. a'' ist die scheinbare Höhe für den Fall rein geradliniger Lichtfortpflanzung, $a' - a''$ die Änderung der scheinbaren Höhe des Objektpunktes infolge der krummlinigen Lichtfortpflanzung. Man trägt am besten a'' als Abszisse, a' als Ordinate auf. Es läßt sich leicht überlegen, daß die so erhaltene Kurve genau dem Bild entspricht, das sich dem Beobachter darbietet, wenn man als Objekt eine senkrecht zur Visionslinie ver-

laufende, unter 45° gegen die Horizontalebene geneigte Gerade annimmt. Zeichnet man noch die Gerade $a' = a''$ dazu (das Bild der Geraden im homogenen Medium), so hat man ein übersichtliches Bild der optischen Wirkung der brechenden Schicht.

Abb. 2 ist wieder 100fach überhöht gezeichnet (siehe die eingezeichneten, für x und z verschiedenen Maßstäbe). Man sieht 5 vom Objekt G ausgehende, zu einem knapp unter der Obergrenze befindlichen Beobachter B führende Strahlen. Vom obersten Objektpunkt geht nur Strahl 1 zum Beobachter. Vom mittleren Objektpunkt gehen 3 Strahlen (2, 3 und 4) nach B ; diesem z_{Obj} entsprechen also je drei Werte der Winkel a und a' . Vom untersten Objektpunkt geht wieder nur ein

Strahl nach B . Für diesen Strahl 5 sind auch die drei Winkel α , α' und α'' eingezeichnet.

In den Abb. 3 bis 6 entspricht eine Längeneinheit einem Winkel von $10^{-3} = 3,4'$; sie müßten also, um maßstäblich richtig zu erscheinen, aus großer Distanz betrachtet werden (Abb. 3, 5 und 6 aus 11 m, Abb. 4 aus 22 m Distanz).

Abb. 3 zeigt die Verhältnisse für einen über der brechenden Schicht in der Höhe $h = +0,1$ befindlichen Beobachter. Den aus der brechenden Schicht herausragenden Teil des Objektes sieht B jedenfalls einmal unter Vermittlung geradliniger Strahlen, also unverschoben und unverzerrt (Gerade vom Ursprung nach rechts oben). Die Fortsetzung der Geraden vom Ursprung nach links unten entspricht dem Bild eines Objekts entweder bei ungestörtem (geradlinigem) Strahlenverlauf, oder bei so kleiner Objektdistanz, daß die Wirkungen der Strahlenkrümmung vernachlässigbar sind. Schon in einer Distanz $x = 200$ tritt eine merkliche Verzerrung auf: an den direkt gesehenen Teil schließt sich unten ein kurzes stärker geneigtes Stück (das Objekt erscheint hier vertikal ein wenig in die Länge gezogen), das sich in seiner weiteren Fortsetzung einer Geraden nähert, die wieder um 45° geneigt, jedoch ein wenig nach unten verschoben ist. Für $x = 270$ ist der untere, fast gerade Teil, stärker nach unten verschoben; auch das „Übergangsstück“ ist ausgeprägter und verläuft an einer Stelle bereits *vertikal*. Bei $x = 500$ kann man bereits drei Teile unterscheiden, von denen die beiden unteren allerdings nicht scharf getrennt sind: der obere, direkt gesehene, unverzerrte, unverschobene Teil; ein kurzes Mittelstück, das eine verkehrte Neigung aufweist und also als Spiegelbild aufgefaßt werden darf; es geht ohne Knick in den untersten Teil über, der wieder normale Neigung aufweist und also ein aufrechtes, nach unten verschobenes, aber fast unverzerrtes Bild des Objekts darstellt. Tatsächlich liegen auch Beobachtungen von Luftspiegelungen vor, nach denen sich das gewöhnliche, „verkehrte“ Spiegelbild unten in ein zweites, „aufrechtes“ Spiegel-

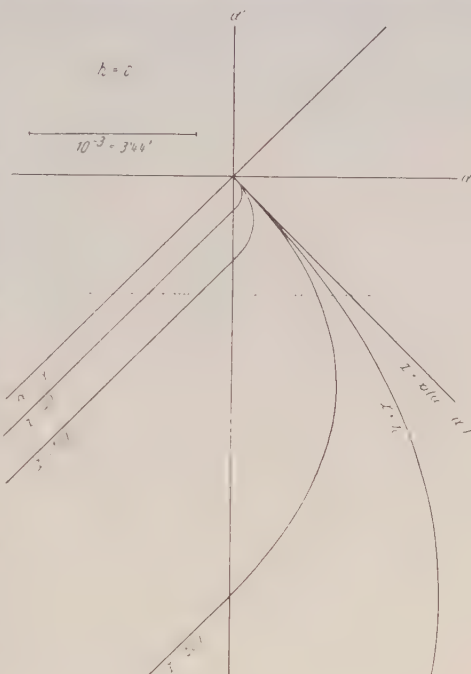


Abb. 4

bild fortsetzt. Bei wachsender Objektdistanz (siehe $x = 1000$ und $x = 2000$) wird das „verkehrte“ Spiegelbild vertikal immer ausgehnter. Wir sehen in der Figur schließlich noch den Grenzfall für $x = \infty$, nämlich die Gerade $\alpha' = -\alpha''$: von einem unendlich fernen Objekt sieht man ein unten nicht begrenztes, unverzerrtes, genaues

Spiegelbild, wie übrigens schon aus Abb. 1 abgeleitet wurde.

Abb. 4 zeigt die Verhältnisse für $h = 0$, also für einen in der Obergrenze befindlichen Beobachter für vier Objektdistanzen ($x = 40, 100, 500$ und 1000). Der wesentliche Unterschied gegenüber dem ersten Fall ($h = +0,1$) liegt darin, daß schon bei den kleinsten Objektdistanzen ein, wenn auch kurzes, verkehrtes Spiegelbild auftritt. Dies hat aber nur theoretische Bedeutung; denn diese Besonderheit des Falles $h = 0$ hängt sehr wesentlich mit der Annahme zusammen, daß in der Ebene $z = 0$ zwar nicht n , aber dn/dz unstetig verläuft, nämlich von einem konstanten Wert plötzlich auf 0 sinkt, was in Wirklichkeit natürlich nicht zutrifft.

Die Abb. 5 zeigt vier Kurven (für $x = 200, 400, 1000$ und 2000), und zwar für $h = -0,025$ (Beobachterselbst in der brechenden Schicht).

Wieder sieht man bei kleiner Objektdistanz ($x = 200$) nur ein kleines Stück etwas stärkerer Neigung, bei größerer ($x = 400$) gibt es schon eine Stelle mit vertikaler Tangente; bei noch größerer Distanz liegt in der Kurve ein Stück mit verkehrter Neigung zwischen den Gebieten mit normaler Neigung: das normale, verkehrte Spiegelbild, oben übergehend in das direkte Bild, unten in das „aufrechte Spiegelbild“. Die unteren Teile *aller* Kurven sind für $z < 0$ (also Objektpunkte in der brechenden Schicht) genaue Gerade; die in die brechende Schicht eintauchenden Teile erscheinen also unverzerrt, nur um einen bestimmten Betrag nach unten verschoben, der der Entfernung proportional ist (nämlich $= 1/2 z'' \cdot x$).

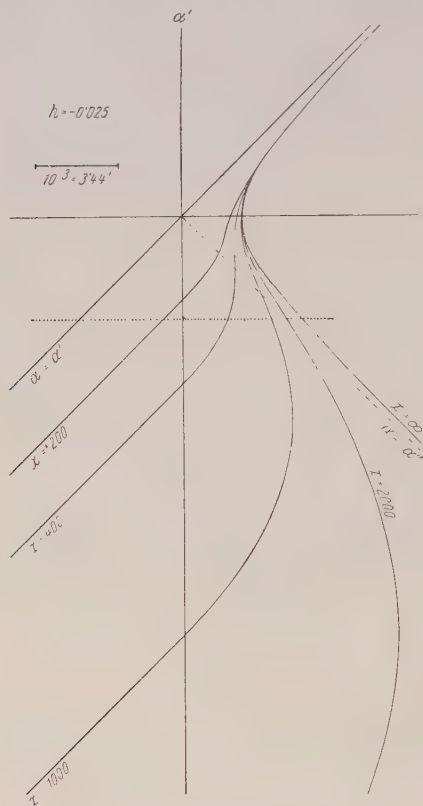


Abb. 5

Im Gegensatz zum Fall $h > 0$ ist nun auch der Übergang vom direkten Bild in das verkehrte Bild stetig und ohne Knick; ferner ist das sogenannte „direkte“ Bild nur mehr mit Vorbehalt als solches zu bezeichnen. Es ist nämlich nunmehr ebenfalls, besonders in seinen untersten Teilen, nach unten verschoben und verzerrt; dies ist auch

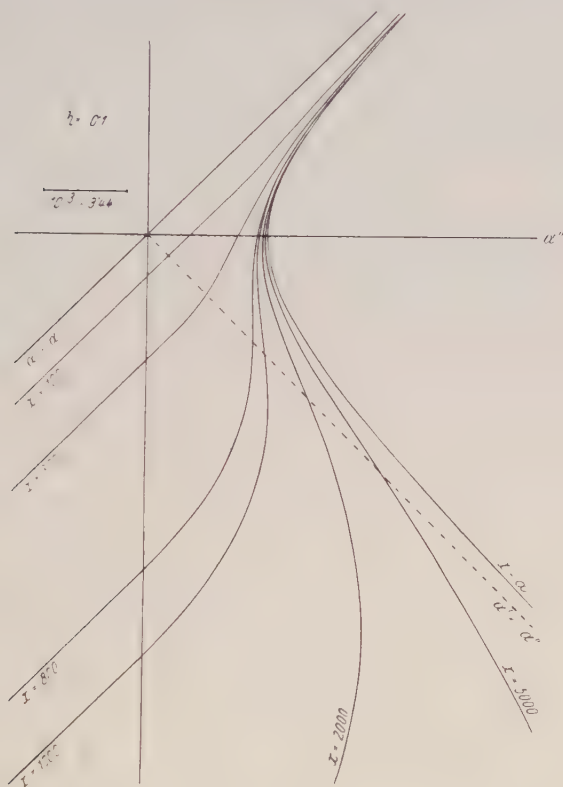


Abb. 6

klar, weil nunmehr, da B selbst innerhalb der brechenden Schicht liegt, alle Strahlen vom Gegenstand zum Beobachter mindestens im letzten Teil gekrümmt sind, woraus für alle Objektpunkte eine „Depression“ resultiert. Für unendliche Objektentfernung gibt es nur „direktes Bild“ und verkehrtes Spiegelbild, die ohne Knick ineinander übergehen und zusammen eine gleichseitige Hyperbel ergeben.

Die Abb. 6 gilt für $h = -0,1$ (B noch tiefer in der brechenden Schicht). Es kommt nun erst für $x > 800$ zur Ausbildung eines Stücks mit verkehrter Neigung, zu einem (verkehrten) Spiegelbild. Das Übergangsstück zwischen direktem Bild und Spiegelbild ist noch mehr abgerundet. Die Depression des „direkten“ Bildes ist größer als in Abb. 5;

man beachte, wie weit z. B. der obere Teil der Hyperbel für $x \rightarrow \infty$ unter der Geraden $\alpha' = \alpha''$ liegt.

Bei der Erörterung der Abb. 3 bis 6 dachten wir uns die brechende Schicht weit nach unten reichend. Wir müssen noch die Frage beantworten, wie sich die Einführung einer ebenen, diffus reflektierenden Untergrenze der brechenden Schicht auswirkt und wollen eine solche in der Höhe $-0,1$ annehmen. Wie schon aus Abb. 1 folgt, scheiden dann alle Strahlen aus, für die $\alpha' < \alpha_t$, wobei $\alpha_t = \sqrt{2\Delta}$. Δ ist in unserem Falle gleich $10^{-5} \cdot 0,1 = 10^{-6}$, daher $\alpha_t = \sqrt{2 \cdot 10^{-6}} = = -1,41 \cdot 10^{-3}$. Die Bilder sind alle in der gleichen (negativen) Höhe, die in den Figuren durch eine gestrichelte Linie angedeutet ist, unten abgeschnitten. Wie z. B. Abb. 3 zeigt, fällt in allen Fällen, in denen ein deutliches verkehrtes Spiegelbild auftritt (z. B. $x = 500$ oder mehr), das zweite (aufrechte) Spiegelbild unter die durch die endliche Dicke der brechenden Schicht gegebene Grenze und kommt also gar nicht zustande. Deutlich ausgebildete „aufrechte Spiegelbilder“ sind darum im Vergleich zu den umgekehrten sehr selten, weil ihr Zustandekommen ein so großes Δ (also große Schichtdicke oder großes dn/dz) voraussetzt, wie es in der Natur selten auftritt.

Ist der Beobachter schon selbst in der brechenden Schicht, so ist in die Formel $\alpha_t = \sqrt{2\Delta}$ ein kleineres Δ , nämlich die Zunahme von n zwischen Boden und Beobachterhöhe einzusetzen; z. B. für $h = -0,025$ (Abb. 5) ist Δ nur mehr $3/4$ des Betrages für $h \geq 0$ und α_t ist nunmehr $-1,41 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{3/4} = -1,23 \cdot 10^{-3}$. Abb. 5 zeigt auch eines deutlich: bei Annahme einer unteren Begrenzung kommen z. B. für $x = 1000$ die Objektpunkte mit $\alpha'' < 0,7 \cdot 10^{-3}$ ($-2,4'$) überhaupt nicht mehr zur Abbildung; das unterste Stück ist für B unsichtbar, in der brechenden Schicht untergetaucht.

Für $h = -0,1$ (Abb. 6, Beobachter in äußerster Nähe des Bodens) wird $\Delta = 0$ und $\alpha_t = 0$; es kommt auch nicht mehr zur Ausbildung der umgekehrten Spiegelbilder, sondern nur mehr zu einer Depression und Verzerrung der untersten Teile der direkten Bilder.

II. Beobachtung und Photographie von Luftspiegelungen

Was die Gelegenheiten zur praktischen Beobachtung von Luftspiegelungen betrifft, ist ja bekannt, daß in erster Linie flache tropische Wüsten, aber auch ausgedehnte Tiefebene in gemäßigter Breite, wie die ungarische Puszta, in dieser Hinsicht besonders bevorzugte Gebiete sind. In unseren Gegenden sind sie zwar weniger auffallend, aber, wie hervorzuheben ist, mindestens im Hochsommer keineswegs selten. Die günstigsten Stellen sind längere ebene Stücke einer dunklen, sonnenbeschienenen Straße. Wichtig ist, daß man von Stellen beobachtet, die möglichst knapp, etwa 1 bis 2 dm, über dem Boden liegen. Die Anwendung eines um 45° gegen das Lot geneigten Spiegels, in den man von oben blickt, erspart die Notwendigkeit, sich flach auf den Boden zu

legen. Setzt sich das ebene Straßenstück in gerader Linie in ein abfallendes Stück fort, dann kann man von einer geeigneten Stelle auch aus normaler Augenhöhe beobachten. Die Verwendung eines Fernglases ist von Vorteil.

Man sieht meist einzelne Stellen der Straße in einer von der Umgebung abweichenden Farbe und Helligkeit. Es sieht ganz so aus, als ob sich dort Wasserpfützen befänden. Daß es sich um eine Spiegelung handelt, wird besonders deutlich, wenn eine Person die Straße überquert; man sieht dann das mit der Person mitwandernde Spiegelbild der ganzen Person oder z. B. nur ihrer Beine; oft sind dabei die Füße unsichtbar, in der spiegelnden Schicht untergetaucht. Bei Beobachtung aus größerer Höhe verschwindet die Erscheinung; daran erkennt man am sichersten, daß es sich um spiegelnde Luft handelt.

Die folgenden zwei Bilder sind aus der Atzgersdorferstraße in Wien. (Kamerahöhe 30 cm, Brennweite 50 cm, Bildwinkel etwa 1°.) In Abb. 7 sieht man eine spiegelnde Stelle mit den Spiegelbildern eines Hydranten, eines Leitungsmastes und einer Person mit heller Bluse. Abb. 8 zeigt die gleiche Straßenstelle. Man sieht ein dunkles Auto, darunter sein Spiegelbild mit Kühler, Reflexen auf Lampe und Kotflügel; besonders deutlich ist die „Verdoppelung“ der Stoßstange durch ihr Spiegelbild.

Luftspiegelungen können auch über einem See auftreten, falls das Wasser relativ warm ist und in seinen obersten Schichten von der Sonne weiter erwärmt wird. Die hierbei auftretenden Temperaturdifferenzen bleiben zwar sicher immer weit unter denen, die z. B. über einer sonnenbeschienenen Asphaltstraße auftreten, doch wird dies durch mehrere günstige Umstände wettgemacht. Erstens haben wir bei einem See eine sich über Hunderte von Metern erstreckende Fläche, deren ideale Ebenheit nur durch die Kräuselung einerseits, die Erdkrümmung andererseits ein wenig Einbuße erleidet. Zweitens kann man beim Baden mühelos die Augen knapp, wenige cm, an die Wasseroberfläche heranbringen. Drittens: warme Luft unter einer kühleren ist immer instabil; da sie ja leichter ist als die darüberliegende, wird sie sich immer wieder in einzelnen „Blasen“ von der Unterlage ablösen, aufsteigen und mit der kühleren vermischen, so daß der Temperaturgradient nur durch die andauernde Wärmeabgabe vom Boden aufrechterhalten wird. Diese ständige „Ablösung“ der Warmluftblasen wird natürlich durch die unvermeidbaren lokalen Unregelmäßigkeiten in Höhe und Temperatur des festen Bodens sehr gefördert, ein Umstand, der beim See wegfällt. Viertens bringt dieses lebhafte Aufsteigen der Warmluft über festem Boden starke und rasch veränderliche Unregelmäßigkeiten im Verlauf von n mit sich, die sich optisch sehr ungünstig auswirken: die Bilder werden flimmernd und unscharf. Aus all diesen Gründen sind die Luftspiegelungen über einem warmen See sehr oft besser zu studieren, als über festem Boden. Wahrscheinlich werden aber viele, die sie wahrnehmen, sie für ein Spiegelbild im Wasser halten und sich nicht weiter wundern. In Wahrheit ist eine Seeoberfläche so gut wie immer wenigstens ein bißchen gekräuselt und liefert nur ziemlich diffuse, vertikal in

die Länge gezogene Spiegelbilder, die sich, wie besonders auf den später besprochenen Abb. 15 und 16 zu erkennen ist, von den zwar oft auch ein



Abb. 7 bis 11.
Spiegelnde Luft-
schichten über einer
Straße (7 und 8) und
über einem See (9,
10, 11)

bißchen zitternden, jedoch klaren und scharfen Bildern der Luftspiege-
lung deutlich unterscheiden. Man merkt den Unterschied sehr wohl,

wenn man mit dem Auge eine größere Höhe aufsucht (1 bis 2 Meter reicht meist völlig aus) und so die Luftspiegelung zum Verschwinden bringt. Die folgenden Aufnahmen sind vom Weißensee in Kärnten. Dieser ist für unsere Zwecke besonders günstig, weil er große Seehöhe (fast 1000 m) und damit relativ niedrige durchschnittliche Lufttemperatur mit hoher Wassertemperatur (im Sommer 22° bis 24°) verbindet.

Abb. 9: Es handelt sich hier um ein Boot, das einseitig stark belastet ist und darum links höher aus dem Wasser ragt als rechts. Wir sehen links Kiel und Spitze des Bootes und eine hellgekleidete Person mit ihren Spiegelbildern. Knapp unter dem Boot sehen wir die Grenze der spiegelnden Schicht sehr stark ausgeprägt. Die rechte Seite des Bootes ist schon in der spiegelnden Schicht untergetaucht, wir sehen nur mehr die dunkelgekleidete Person; mit ihrem an die Leibesmitte „angeklebten“ Spiegelbild erscheint sie wie eine in der Luft schwebende Spielkartenfigur.

Abb. 10: Eine zweite Aufnahme derselben Art, jedoch stärker vergrößert.

Abb. 11: Wieder ein Boot mit zwei Personen. Von besonderem Interesse sind die beiden Ruder, die infolge der früher erörterten Verzerrung mit ihren Spiegelbildern, statt einen scharfen Knick zu bilden, zu spitzen Hyperbeln zusammenfließen.

Überhaupt sind schiefe, bis an das Wasser reichende Linien besonders geeignet, die Luftspiegelung deutlich zu machen. Vertikale Linien setzen sich direkt in ihrem Spiegelbild fort. Horizontale Linien werden parallel wiederholt. Schiefe Linien aber zeigen als Spiegelbild unten ein kleines Stück entgegengesetzter Neigung, das über einen Knick oder eine kleine Abrundung mit dem Gegenstand selbst zusammenhängt. Ich konnte an einem besonders günstigen Tage an einem nur 10 m (!) entfernten schief aus dem Wasser ragenden Schilfhalm unten den kleinen hakenförmigen Ansatz beobachten.

Wie früher erörtert, werden, besonders für einen knapp am Boden befindlichen Beobachter, Gegenstände geringer Höhe unsichtbar. Dies ist auch ein empfindliches Kriterium für das Vorhandensein einer spiegelnden Schicht. Seerosen am jenseitigen Seeufer sind markante, weithin sichtbare weiße Punkte. Besteht eine spiegelnde Schicht, so werden sie schon bei einer Distanz von etwa 200 m für den Beobachter unterhalb einer gewissen Augenhöhe (meist 1 bis 2 dm) unsichtbar. Um Depression infolge der Erdkrümmung kann es sich nicht handeln, da diese über eine Distanz von 300 m theoretisch äußerstenfalls 7 mm erreichen und praktisch überhaupt erst bei zirka 1 km Distanz in Erscheinung treten kann.

Die Abb. 12 bis 16 geben eine Illustration zu dem eben Gesagten. Sie zeigen alle dasselbe Objekt, jedoch aus fünf verschiedenen Aufnahmehöhen zwischen 1 m und 20 cm. Es handelt sich (s. Abb. 12) um eine Stelle des jenseitigen Seeufers; wir sehen im Hintergrund Getreidegarben, davor Schilfbestand, einige helle Punkte (Seerosen) und einen im Wasser liegenden hellen Baumstamm, der links um eine Kleinigkeit

höher aus dem Wasser ragt als rechts. Auf diesem Bild ist von einer Spiegelung noch nichts zu sehen. Die folgenden vier Bilder sind aus

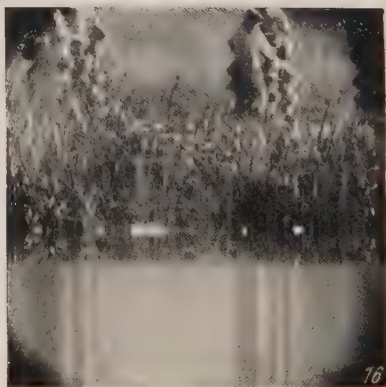
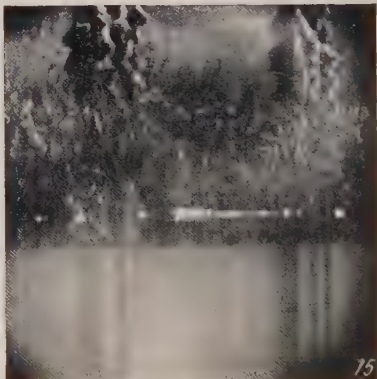
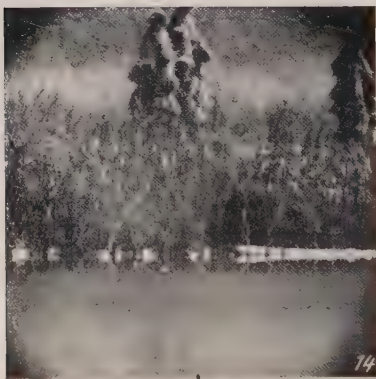


Abb. 12 bis 16. Luftspiegelung über einem See. Kamerahöhe variiert von 1 m (Abb. 12) bis 20 cm (Abb. 16)

immer kleinerer Höhe aufgenommen. Abb. 13: Wir sehen unter dem Ufer schon einen ganz schmalen Streifen spiegelnder Luft mit den

Spiegelbildern von Seerosen und Baumstamm. Abb. 14: Die Grenzlinie ist relativ zum Ufer ein wenig nach unten gerückt, der spiegelnde Streifen ist also ein wenig breiter geworden. Seerosen und Baumstamm beginnen mit ihren Spiegelbildern zusammenzuzfließen. Abb. 15: Die Grenzlinie liegt noch tiefer. Der Baumstamm ist schon zum Teil untergetaucht, man sieht nur mehr den linken, höheren Teil. Letztes Bild, Abb. 16: Der Baumstamm ist bis auf einen kleinen Rest (links) verschwunden, auch von den Blüten sieht man nur mehr wenig. Die Grenzlinie ist relativ zum Ufer *nicht* weiter nach unten gerückt; vermutlich deshalb, weil nun auch die Kamera sich schon tiefer in der spiegelnden Schicht befindet, was, wie früher begründet (s. S. 214), eine Verkleinerung des Winkels α_i zur Folge hat.

Auf den Abb. 15 und 16 sieht man im unteren Teil des Bildes ein wenig verwaschene vertikale Streifen; es handelt sich um die Spiegelbilder der Getreidegarben, die von der stets durch leichte Luftbewegung ein wenig „aufgerauhten“ Wasseroberfläche geliefert werden und sich von den klaren und scharfen Bildern der Luftspiegelung stark unterscheiden.

Zum Schluß noch einige Bemerkungen über die photographische Technik. Es geht hier um die Erfassung von feinen Bilddetails, wie sie ein scharfes Auge eben noch wahrnimmt. Es ist in der Photographie bekanntlich nicht annähernd möglich, mit einer Kamera üblicher Bauart (Bildwinkel in der Größe von 30° bis 60°) so kleine Details mit der gleichen Schärfe wie das unbewaffnete Auge zu erfassen; dies gelingt nur bei Beschränkung auf einen kleinen Bildwinkel (nur wenige Grade) mit entsprechend langen Brennweiten. Normalerweise pflegt man bei Aufnahmen mit langer Brennweite Tage mit starker Sonnenstrahlung sorgfältig zu vermeiden, weil die mit der Erhitzung der untersten Luftschichten verbundenen Konvektionserscheinungen das Bild erheblich verschlechtern. Beim Photographieren von Luftspiegelungen ist man aber prinzipiell gerade an diese ungünstigen Verhältnisse gebunden, was die Erlangung halbwegs scharfer Bilder sehr erschwert; es gelingt überhaupt nur durch die Auswahl der besten Bilder unter sehr vielen Aufnahmen. Mit dem freien Auge oder einem schwachen bis mittleren Fernglas, dessen Objektivdurchmesser man künstlich herabsetzt, erfaßt man nur einen kleinen Strahlquerschnitt (einige mm bis 2 cm), was die Schärfe sehr verbessert; die visuellen Bilder sind darum fast immer weit schärfer, wenn auch etwas unruhig, rasch zitternd, „flimmernd“. Ein Teleobjektiv von 50 cm Brennweite und einer relativen Öffnung von 1 : 10, wie sie für halbwegs kurze Belichtungszeiten (über 1/200 ist schon ungünstig) erforderlich ist, hat schon 5 cm Durchmesser und liefert weit schlechtere Bilder. Dies, selbst abgesehen von der Luftunruhe, schon deshalb, weil in den untersten Luftschichten eine Höhenveränderung von 5 cm schon eine Änderung des Bildes ergibt, so daß der oberste Teil des Objektivs schon etwas anderes „sieht“ als der unterste. Verkleinert man die Objektivöffnung absichtlich, so wird wohl einerseits die Bildschärfe besser, andererseits läßt die nun notwendige Verlängerung der Be-

lichtungszeit die Aufnahme erst recht verschwommen werden. Eine sehr feinkörnige Emulsion erlaubt natürlich einerseits die Verwendung einer kleineren Brennweite, erfordert wegen ihrer geringeren Empfindlichkeit aber andererseits wieder eine größere relative Öffnung oder längere Belichtungszeit. Ein tatsächlicher Fortschritt dürfte durch die in neuerer Zeit zur Verfügung stehenden Entwickler gegeben sein, die es erlauben, auch sehr feinkörnige Emulsionen bei der Belichtung wie mittelempfindliche zu behandeln; dieser Vorteil stand mir aber für die hier gezeigten Aufnahmen noch nicht zur Verfügung.

Über dem Wasser ist, wie schon früher angedeutet, die Schärfe der Bilder sowohl bei visueller Beobachtung als auch auf den Aufnahmen merklich besser.

Die Aufnahmen der vorliegenden Arbeit wurden nicht mit einem richtigen Teleobjektiv gemacht, sondern hinter einem 20fach vergrößerndem Fernrohr mit der Wiener Kleinstbildkamera „Minicord“ auf das Format 10×10 mm auf „Ilford Pan-Film 13/10⁰ Din“. Ein so vielgliedriges optisches System hat schon eine sehr geringe „Brillanz“, weshalb ich zur Erzielung ausreichender Kontraste gezwungen war, die Negative ohne Rücksicht auf die Kornvergrößerung sehr hart zu entwickeln, was sich in dem kleinen Format auch bei einer sehr feinkörnigen Emulsion sehr schlecht auswirkt. Zu Abb. 10 ist überdies zu bemerken, daß es sich hier um die Vergrößerung eines *Ausschnittes* handelt, der im Originalnegativ nur 4 mm hoch ist.

Zur Natur der photophoretischen Kräfte*

Von

Elisabeth Desoyer

I. Physikalisches Institut der Universität Wien

Mit 10 Abbildungen

(Eingelangt am 26. März 1956)

Ergebnisse der Methode, den Versuchskolben, in dem sich Photophorese abspielt, mit Testrauch zu beschicken, und Beobachtungen über die Wechselwirkung photophoretischer Teilchen zeigen die Zusammenhänge zwischen der Photophorese und lokalen Strömungsvorgängen im Suspensionsgas und erbringen direkte Argumente dafür, daß die photophoretischen Kräfte Radiometerkräfte sind.

In zahlreichen Arbeiten wurden die Erscheinungen der Photophorese (Bewegungen von kleinen, in einem Gas suspendierten Teilchen unter dem Einfluß hinreichend intensiver Beleuchtung) beschrieben, und verschiedene Deutungsversuche über das Zustandekommen der vielfältigen Bewegungsformen diskutiert¹. Übereinstimmung theoretischer Überlegungen mit den experimentellen Ergebnissen zeigt sich nur, wenn man die photophoretischen Kräfte als Radiometerkräfte auffaßt. Direkte Argumente dafür liefert der Nachweis einer Parallelen zum Spitzenradiometer²; die hier beschriebenen Experimente über die Wechselwirkung Photophorese ausführender Teilchen mit dem umgebenden Gas und mit anderen Teilchen sollen weitere erbringen.

Versuchsanordnung

Die verwendete Versuchsanordnung ist die übliche, wie sie für die Beobachtung von Probekörpern der Größenordnung 10^{-3} bis 10^{-1} cm verwendet wird. Ein Glaskolben von 7 bis 9 cm Durchmesser, in dem sich etwas pulverförmige Versuchssubstanz befindet, wird auf einen

* Herrn Prof. Dr. GEORG STETTER zum 60. Geburtstag gewidmet.

¹ Letzte zusammenfassende Darstellungen: O. PREINING, Die Erscheinungen der Photophorese, Staub, 1955, Heft 39, S. 45 und H. ROHATSCHKE, Theorie der Photophorese, Staub, 1955, Heft 42, S. 607. Die beiden Arbeiten enthalten ausführliche Literaturangaben.

² H. ROHATSCHKE, Über die Kräfte der reinen Photophorese und der Gravito-photophorese, Acta Physica Austriaca, 10, 267 (1956).

Druck zwischen 1 und 20 Torr evakuiert und abgeschlossen. Das horizontal von zwei Seiten einfallende Licht (Kohlenbogenlampe 25 A oder Kinoprojektionslampe 750 Watt) wird stark konzentriert, und zwar so, daß die engsten Stellen der Gegenstrahlen in die Mitte des Versuchskolbens zu liegen kommen. Die Teilchen werden durch kräftiges Schütteln des Kolbens suspendiert und so dem Einfluß des Lichtes unterworfen. Als Versuchssubstanz wurden möglichst leichte, große und dunkle Teilchen, wie verkohltes, zerriebenes Sonnenblumenmark, zerschnittene Federn, Zigarettenasche und schwarze Papierfasern verwendet.

Im allgemeinen wird unter diesen Bedingungen Gravitophotophorese oder Licht-Gravito-Photophorese in der Form stationärer Rotationen der Teilchen um vertikale oder mehr oder weniger gegen die Lichtrichtung geneigte Achsen beobachtet.

Raucheffekte

Über die Wirkung der photophoretischen Teilchen mit dem umgebenden Gas gewinnt man ein anschauliches Bild, wenn man im Versuchskolben Rauch erzeugt, indem man z. B. innerhalb des evakuierten Kolbens schwarzes Papier in den Brennpunkt bringt. Um die Partikeln, die im Strahl rotieren, bildet sich sofort ein rauchfreier Raum aus, dessen Durchmesser bis zu 10 mm betragen kann. Im allgemeinen läßt sich sagen, daß dieser um so größer ist, je größer die Teilchen sind und je schneller sie rotieren. Es handelt sich hier offenbar um denselben Effekt thermophoretischen Ursprungs, wie er z. B. auch an einem erwärmten Draht bei normalem Luftdruck beobachtet werden kann.

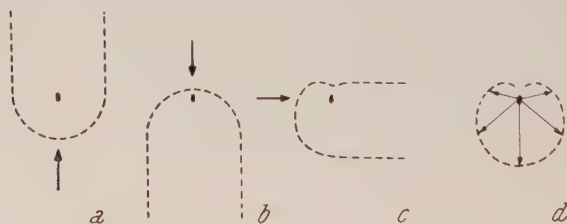


Abb. 1. a, b und c Skizze der Formen der rauchfreien Räume für verschiedene Richtungen der Konvektionsströmung. d Polardiagramm für die Geschwindigkeitsverteilung der Abströmung vom Teilchen

Die Rauchteilchen werden von der im Versuchskolben herrschenden Strömung mitgenommen, die stabil kreisenden Partikeln der Versuchssubstanz jedoch nicht. Letztere lassen sich durch vorsichtiges Verschieben des Kolbens gegen den Strahl in verschiedene Bereiche der Konvektionsströmung bringen. Dabei zeigt sich folgendes:

a) Konvektionsströmung von unten: Der rauchfreie Raum hat in diesem Fall sackförmige Gestalt. Das Teilchen steht zentral (Abb. 1 a und 2).

b) Konvektionsströmung von oben: Die Rauchteilchen erreichen fast den rotierenden Probekörper. Sie bewegen sich von oben her beschleunigt auf diesen zu, werden jedoch knapp vor der Berührung zur Seite weggeschleudert (Abb. 1 b, 3 und 4).

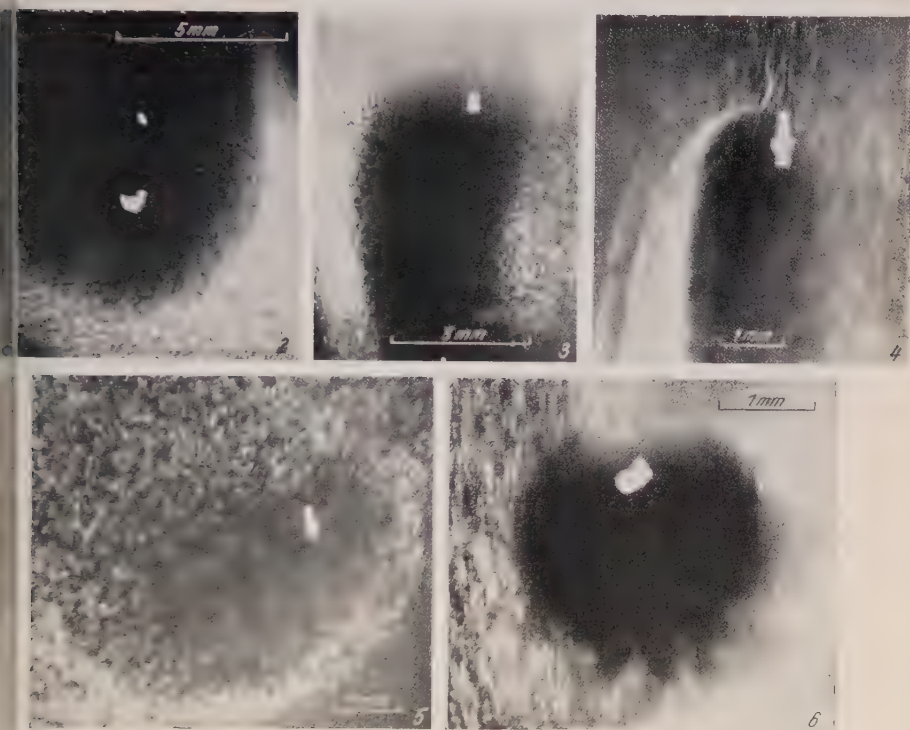


Abb. 2 bis 6. Form der rauchfreien Räume um Teilchen, die stabil um annähernd vertikale Achse rotieren.

Abb. 2. Konvektionsströmung von unten; Abb. 3. Konvektionsströmung von oben;
Abb. 4. Konvektionsströmung ebenfalls von oben; Abb. 5. Konvektionsströmung von rechts oben;
Abb. 6. Konvektionsströmung von hinten oben nach vorne unten

c) Konvektionsströmung von der Seite: Der untere Rand des rauchfreien Gebietes liegt erheblich weiter vom Teilchen entfernt als der obere. Dieser besitzt unmittelbar oberhalb des Teilchens eine deutliche Einsenkung (Abb. 1 c und 5), aus der in manchen Fällen Rauchteilchen bis in die unmittelbare Nähe des rotierenden Probekörpers angesaugt und mit großer Geschwindigkeit in anderer Richtung wieder weggeschleudert werden.

Wechselwirkung photophoretischer Teilchen

Während die Rauchteilchen eine ganz passive Rolle spielen und offenbar praktisch von der Strömung mitgeführt werden, zeigen sich bei der Wirkung großer photophoretischer Partikeln auf kleine, die selbst

Photophoresis ausführen, und der Wechselwirkung etwa gleich „starker“, kompliziertere Erscheinungen.

Sehr häufig wird ein Teilchen, das an einer bestimmten Stelle des Strahles um eine vertikale Achse rotiert oder kreist, durch ein anderes, das in seine Nähe kommt, in seiner Bewegung gestört. Solche Wechselwirkungen erfolgen bereits über Entfernungen, die oft ein Vielfaches der Teilchenlänge betragen. In den meisten Fällen weichen die Partikel einander aus und ändern dabei oft auch kurzzeitig ihre Umlauffrequenzen. Sobald jedoch das Teilchen, das die Störung verursachte,

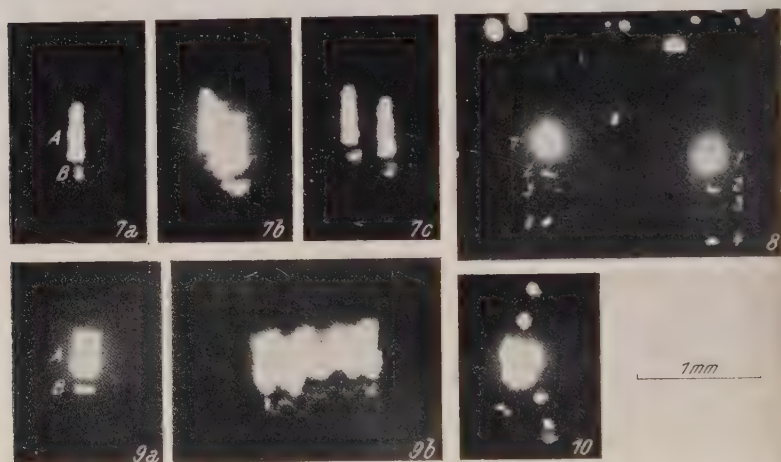


Abb. 7. Beispiel zur Mitführung. a) Unter einem langen, um eine vertikale Achse rotierenden Teilchen A befindet sich ein kleineres B. b) Verschiebung von A durch Änderung der Lichtintensität. B wird von A in konstantem Abstand mitgeführt. c) Ausgangslage und Endlage einer Verschiebung. Zwei Belichtungen. Abb. 8. Mitführung der Probekörper 2, 3 und 4 bei unregelmäßiger Bewegung von Teilchen 1 bei konstanter Lichtintensität. Zwei Belichtungen je 1/25 sec. Abb. 9. Wie 7 a und 7 b. Abb. 10. Teilchen mit zwei Satelliten oberhalb und vier unterhalb

vorüber ist, kehrt das andere an seinen ursprünglichen Platz zurück und bewegt sich in derselben Weise wie vorher. Wenn das Störteilchen eine geschlossene Bahn periodisch durchläuft, dann wiederholen sich die Störungen in gleicher Weise. Häufig ist zu beobachten, daß ein einzelnes Störteilchen auf diese Weise zahlreiche in der Nähe seiner Bahn lokalisierte Partikeln beeinflusst.

Andererseits kommt es auch vor, daß ein größeres, um eine vertikale Achse rotierendes Teilchen eines oder mehrere andere einfängt, die nun diesem führenden Teilchen in konstanten Abständen folgen, und zwar auch dann, wenn die Bewegungen des ersteren durch Änderung der Lichtintensität oder Verschieben einer Linse erzwungen werden (Abb. 7 8 und 9). Die mitgeführten Probekörper sind meist sehr klein im Vergleich zum führenden. Sie rotieren ihrerseits um eine vertikale Achse oder beschreiben kleine horizontale Kreisbahnen, manchmal auch Zitterbewegungen. Im allgemeinen rotieren die „starken“ Partikeln

sehr schnell. Die Entfernungen vom führenden Teilchen können ein Vielfaches der größten Abmessung des letzteren betragen (Abb. 8). Je kleiner der Abstand ist, um so fester ist im allgemeinen die Kopplung. Die meisten dieser Satelliten befinden sich unterhalb des führenden Probekörpers, doch treten sie auch oberhalb oder manchmal seitlich auf (Abb. 10). Körper, die außer ihrer Rotation größere horizontale Kreisbahnen beschreiben, können andere dazu veranlassen, mit der gleichen Umlauffrequenz mitzulaufen, so daß beide knapp übereinander horizontal kreisen. Gelingt es, diese beiden durch plötzliches Abdunkeln und Wiederaufblenden des Strahles zu trennen, so daß das bis dahin mitgeführte Teilchen noch im Strahl bleibt, dann führt dieses nun eine andere Bewegung aus.

Manchmal schließen sich sogar bis zu 50 rotierende und kreisende Teilchen zu einer vertikalen Kette zusammen, entlang der sich lebhafte Auf- und Abbewegungen abspielen.

Für derartige Beobachtungen wählt man vorteilhaft eine Strahlanordnung, die die Teilchen zwingt, im Lichtkegel nahe benachbart zu sein. Dies kann man erreichen, indem man die beiden Strahlen aus ihrer koaxialen Lage horizontal gegeneinander versetzt und so einen nur schmalen Gegenstrahlbereich bildet.

Es sei noch erwähnt, daß die Ausbildung rauchfreier Räume sowie die gegenseitige Beeinflussung bei den nach der Lichtrichtung orientierten stabilen Bahnformen der reinen Photophorese im einfachen Strahl in ähnlicher Weise zu beobachten ist.

Diskussion

Aus dem Verhalten der Rauchteilchen in der Umgebung von photophoretischen Partikeln sowie der Beeinflussung anderer Teilchen läßt sich schließen, daß sich um die betreffenden Körper eine lokale, durch deren Erwärmung hervorgerufene Gasströmung ausbildet, deren wirksame Ausdehnung die Größe der Teilchen um ein Vielfaches übertrifft.

Die Gestalt der Dunkelräume im Rauch zeigt deutlich, daß die an einem Strahlung absorbierenden Teilchen entstehenden Kräfte die Reaktion auf die von ihm auf das Gas ausgeübten Kräfte sind. Denn wenn ein Teilchen an einem Ort schwebt, muß die über seine Rotation gemittelte photophoretische Kraft $\mathfrak{R}$ dem Gewicht $\mathfrak{G}$ entgegengesetzt gleich sein: $\mathfrak{R} = -\mathfrak{G}$. Handelt es sich um eine Reaktionskraft des Gases, so ist $\mathfrak{R}$ gemäß der Beziehung

$$\mathfrak{R} = - \oint \varrho (\mathbf{v} \cdot d\mathbf{\hat{f}}) - \oint p d\mathbf{\hat{f}}$$

in der Hauptsache durch den negativen Wert des Impulsstromes gegeben.

$\mathfrak{R}$ Radiometerkraft, $\oint$ über eine das Teilchen umschließende Fläche, ϱ Dichte, $\mathbf{v}$ Geschwindigkeit des Gases, $d\mathbf{\hat{f}}$ nach außen weisender Flächennormalvektor, p Druck.

Um sich gegen die Schwere zu halten, muß das Teilchen also Gas abwärts schleudern. Aus den Abständen zwischen dem Teilchen und dem luvseitigen Rand des Dunkelraumes, welcher Orte des Gleichgewichtes zwischen der konvektiven Anströmung und einer vom Teilchen weggerichteten Strömung bezeichnet, ergibt sich eine Art qualitatives Polardiagramm für die Geschwindigkeit dieser Abströmung (Abb. 1 *d* und 6). In seiner Form mit der betonten Asymmetrie (weiteste Erstreckung nach unten) drückt sich in der Tat eine abwärts gerichtete Impulsströmung aus.

Die beschriebenen Experimente belegen sehr unmittelbar die radiometrische Natur der photophoretischen Kräfte. In Anbetracht der Bedeutung, die man bei Radiometern überhaupt der Umströmung des Systems beimißt, könnte die Verwendung von Rauch als Strömungsindikator auch bei makroskopischen Radiometerkonstruktionen von Interesse sein.

Zur Theorie der Gravitophotophorese*

Von

Hans Rohatschek

I. Physikalisches Institut der Universität Wien

Mit 6 Abbildungen

(Eingelangt am 22. März 1956)

Zusammenfassung

Die Grunderscheinung der Gravitophotophorese, die Schraubenbewegung beleuchteter Teilchen um vertikale Achsen mit verschiedener Abhängigkeit der vertikalen Geschwindigkeitskomponente von der Bestrahlungsstärke, wird an Hand eines speziellen Modells auf der Basis körperfester photophoretischer Kräfte (Radiometerkräfte) gedeutet.

Die Erscheinungen der Gravitophotophorese

In einem horizontal von einer oder zwei Seiten einfallenden Lichtstrahl beobachtet man eine Klasse photophoretischer Bewegungen folgender Erscheinungsformen 1, 2: Erhöhung oder Verminderung der Fallgeschwindigkeit, auch Steigbewegungen; Ausbildung eines „Dachschwarmes“ am oberen Rand des Strahls, der aus Teilchen besteht, die im Gleichgewicht zwischen der Schwere und einer aufwärts gerichteten Kraft stehen (seltener schweben Teilchen in der Nähe des unteren Strahlrandes); vertikale Oszillationen über millimeterlange Strecken, meist am oberen Strahlrand. Die Bahnen haben die Gestalt feiner Schrauben; selbst wenn diese sehr eng sind, läßt sich zumindest Rotation der Teilchen an der punktierten Bahnstruktur erkennen. Im Schweben beschreiben die Partikeln enge Kreise (Radien von der Größenordnung der Teilchendimensionen), indem sie sich um vertikale, vielfach merklich außerhalb der Teilchen selbst liegende Achsen drehen. Dies ist auch auf die anderen genannten Bewegungen zu übertragen. Sie sind demnach „Schraubungen“ (im Sinne der Kinematik) um vertikale Achsen.

Zu unterscheiden von Kreisen dieser Art sind doppelt periodische Bewegungen, bei denen der Körper eine feine Schraubenbewegung vom Charakter der eben beschriebenen entlang einer relativ weiten, hori-

* Herrn Prof. Dr. GEORG STETTER zum 60. Geburtstag gewidmet.

zontalen Kreisbahn ausführt („Kreiswendel“). Daß in solchen Fällen die Rotationsachse nicht vertikal steht, läßt sich aus dem oftmals beobachtbaren Wechsel der Lichtknotenstruktur entlang des großen Kreises schließen: Bei irgendwie raumfester Drehachse müßte sich nämlich mit jeder Umdrehung die Stellung des Körpers zum Licht und zum Beobachter und damit die Lichtknotenstruktur wiederholen. Auch Doppelwendelbewegungen sind möglich; z. B. führt sie ein Teilchen aus, wenn es nach einer Störung an den Ort seiner Kreiswendelbewegung zurückläuft.

Allen diesen Bewegungen ist gemeinsam, daß sie auf die Vertikale bezogen sind. Obwohl photophoretische Bewegungen entlang des Lotes — vermeintlich „transversale“ Photophorese — schon länger bekannt sind [3]¹, [4], ist es erst in jüngerer Zeit gelungen, das Wesen dieser Art von Photophorese als ein der Magneto- und Elektro-Photophorese analoges Phänomen („Gravitophotophorese“) klarzustellen. Daß es sich nämlich um nach der Schwerkraft orientierte, von der Lichtrichtung unabhängige, und nicht um „transversale“, das heißt quer zum Lichtstrahl verlaufende Bewegungen handelt, wurde erst durch Versuche von E. REEGER, der vertikale Oszillationen im schief geneigten Strahl fand, und von E. SCHEU [5], die das Verhalten von Schwebeteilchen und horizontalen Kreisen während einer kontinuierlichen Neigung des Strahls aus der horizontalen in die vertikale Lage studierte, gezeigt.

Bewegung und Lage des Körpers hängen eng zusammen. An sehr großen Teilchen läßt sich manchmal direkt beobachten, daß mit einer Änderung der Schraubenbewegung eine Änderung der Stellung zum Lot parallel geht.

Quantitative Gesetzmäßigkeiten sind bei der Gravitophotophorese nicht bekannt, doch läßt sich einiges Qualitative über Arten der Abhängigkeit der Vertikalgeschwindigkeit von der Bestrahlungsstärke aus dem Verhalten der im Strahl in konstanter Höhe schwebenden Teilchen (Kreise und Kreiswendeln, im folgenden kurz als „Kreise“ zusammengefaßt) folgern:

Hebt oder senkt man den Strahl, so gehen diese Teilchen mit, verschiebt man das Gefäß in vertikaler Richtung, so bleiben sie an ihrer Stelle im Strahl. Drückt man die oben schwebenden Teilchen durch Senken der Strahlbegrenzung (Einschieben eines Schirmes) hinunter oder läßt sie im Dunkeln ein Stück fallen, so steigen sie erneut auf, wenn man die ursprünglichen Bedingungen herstellt, selbst wenn sie schon in der unteren Strahlhälfte waren. Aus der unmittelbaren Nähe der unteren Strahlkante steigen sie nicht mehr auf, sondern fallen zu Boden. Schwächt man den Strahl gleichmäßig, dann sinken die Partikeln vom oberen Rand nach und nach bis zur Strahlmitte ab, von da an fallen sie hinunter.

¹ Wegen der Anwesenheit elektrischer Felder ist in diesem Fall allerdings unklar, inwieweit statt „transversaler“ Photophorese Elektrophotophorese vorlag.

Aus einer Kreisbahn in der unteren Strahlhälfte verschiebt sich das Teilchen bei fortschreitender Lichtschwächung zuerst nach oben in neue Schwebelagen, nach und nach bis zur Strahlmitte; schwächt man weiter, so springt der Körper rasch an die obere Kante, wo er wieder einen Kreis mit gleichem Umlaufssinn beschreibt oder ohne erkennbare Kreisbewegung rotiert. (Häufig hält er sich dort nicht, sondern gleitet am Strahlmantel ab.) Ansonsten verhält sich ein solches Objekt wie die vorhin beschriebenen.

Diese Bahnen sind also in vertikaler Richtung stabilisiert¹. Zur Diskussion ihrer Gesetzmäßigkeiten diene Abb. 1. In Teil *A* ist der Fall stabiler Lage in der oberen Strahlhälfte behandelt, in Teil *B* der Fall zweier stabiler Lagen. Die erste Figur gibt jeweils die qualitative Abhängigkeit der vertikalen Geschwindigkeitskomponente v_G von der Bestrahlungsstärke J an — positiv sei die Richtung nach unten —, die darunter stehende in schematischer Weise die Verteilung von J entlang der Senkrechten im Strahl bei verschiedenen Lichtstärken (1, 2, 3, ...) und Abblendung von oben bei konstanter Lichtstärke (1, 1', 1'', 1'''), rechts daneben ist die Richtung von v_G entlang jener Senkrechten für die verschiedenen Fälle angegeben. Stabile Lagen sind mit eingekreisten Punkten gekennzeichnet, die zugehörigen Stabilisierungsintervalle durch Punktierung, bzw. Schraffierung.

A. Wenn ein Teilchen in der oberen Strahlhälfte (nach oben abnehmende Bestrahlungsstärke) stabil schwebt, so muß v_G als Funktion von J eine solche Nullstelle (bei J_0) haben, daß $(dv_G/dJ)_{J=J_0} < 0$ ist. Weil für verschwindende Bestrahlung $v_G = v_f$ (Fallgeschwindigkeit) wird, muß dies bei allen Teilchen, die steigen können, eintreten. Senkt man die obere Strahlbegrenzung (1 — 1' — 1''), so verschiebt sich die stabile Lage abwärts ($a - b - c$); dies kann rückgängig gemacht werden, solange der Körper nicht aus dem Stabilisierungsintervall gedrückt wurde (1'''), wo er endgültig absinkt (d). Zieht man z. B. bei 1'' die Blende rascher weg, als das Teilchen folgen kann, so steigt es quer durch den Strahl, wobei es entgegengesetzte Intensitätsgefälle durchquert ($c - c' - a$) (vgl. [1]: Abb. 2). Gleichmäßige Lichtschwächung (1 — 2 — 3 — 4) bewirkt Senkung der Schwebelage bis zur Strahlmitte ($a - e - f$), von dort an fällt der Körper ($f - g$). Gegenüber der freien Fallbewegung ist die im Licht jedoch verzögert. Durch rechtzeitiges rasches Aufhellen kann der Körper in seine alte Lage zurückgebracht werden ($g - g' - a$).

B. Bei einem in der unteren Strahlhälfte (nach oben zunehmende Bestrahlungsstärke) stabil schwebenden Teilchen dagegen muß v_G eine Nullstelle (bei J_{02}) mit $(dv_G/dJ)_{J=J_{02}} = 0$ besitzen. Dann existiert sicher

¹ In horizontaler Richtung ist der Bahnort meist ganz oder nahezu indifferent. (Die Teilchen gehen bei Verschiebungen des Gefäßes in der Strahlrichtung mit, stellen sich nur vertikal auf den Verlauf des Strahlrandes ein.) Eine fallweise zu beobachtende seitliche Stabilisierung in stark inhomogenen Lichtbündeln bietet hier kein besonderes Interesse.

auch eine Nullstelle (bei J_{01}) mit $(dv_G/dJ)_{J=J_0} < 0$, die einer stabilen Lage im oberen Strahlteil entspricht. Sei der Körper bei einer Lichtstärke 1

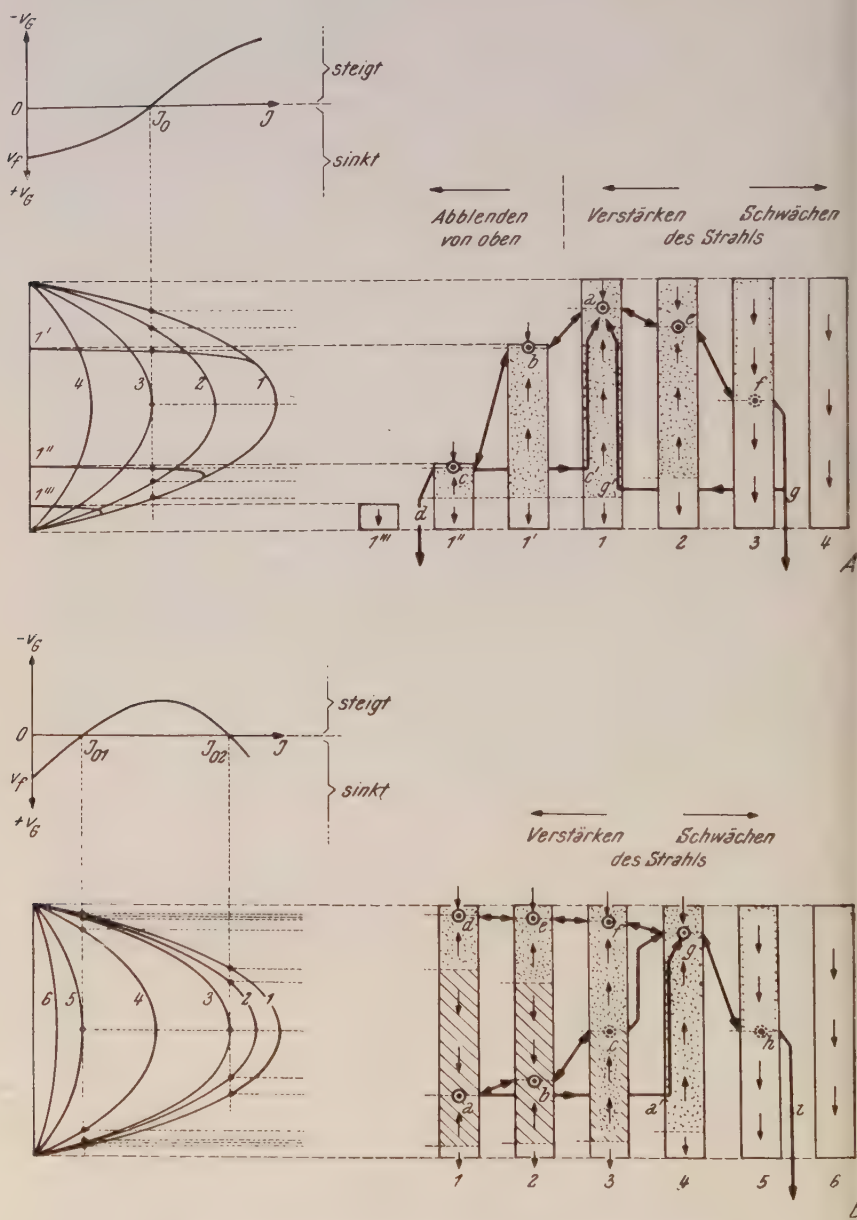


Abb. 1. Vertikale Stabilisierung gravitophotophoretischer Kreisbahnen

in der unteren Gleichgewichtslage a . Bei gleichmäßiger Lichtschwächung ($1 - 2 - 3$) hebt sich die Schwebelage bis zur Mitte ($a - b - c$). Von 3 an bewirkt die geringste weitere Schwächung einen Sprung in eine neue Gleichgewichtslage in der oberen Strahlhälfte (z. B. auf 4: $c - g$). Dasselbe Ergebnis stellt sich ein, wenn man z. B. bei 1 schnell abdunkelt ($a - a' - g$). (Beobachtetes Beispiel: Ein Teilchen, das in der unteren Strahlhälfte kreist, springt bei einer plötzlichen Intensitätsschwankung der Bogenlampe an den oberen Rand.) Geht man zur Lichtstärke 1 zurück, so gelangt der Körper nicht mehr in die vorige Schwebelage, sondern bleibt oben. In diesem Zustand ist das Verhalten wie im Fall A. Auf fortschreitende Schwächung folgt Sinken der Schwebelage und Ausfallen: $d - e - f - g - h - i$.

Die Reaktionen aller untersuchten Teilchen mit Schwebelagen entsprechen den Regeln, die aus den v_G - J -Diagrammen zu folgern sind. Die Voraussetzung, daß die vertikalen Bewegungen eine echte auf das Lot bezogene Feldphotophorese sind und es nur auf den Betrag der Bestrahlungsstärke, aber nicht auf deren Gradienten ankommt, wird dadurch erhärtet.

Theorie eines Modells

An anderer Stelle [2] wird auf Grund von Experimenten der direkte Nachweis geführt werden, daß die Kräfte der Gravitophotophorese körperfeste Radiometerkräfte sind. Hier soll gezeigt werden, daß sich die Grunderscheinung der Gravitophotophorese, die Schraubungen von Teilchen um vertikale Achsen mit verschiedener Abhängigkeit der vertikalen Geschwindigkeitskomponente von der Bestrahlung, auf der Basis körperfester „photophoretischer“ Kräfte — auf deren radiometrische Natur es dabei nicht ankommt — tatsächlich erklären läßt.

Bei den anderen Feldphotophoresen (Magneto- und wohl auch Elektrophotophorese) kommt der Bezug der Bewegung körperfesten photophoretischen Kräften unterworfenen Teilchen auf die Feldrichtung durch das unabhängig von der Beleuchtung bestehende Richtmoment des Feldes zustande. Analog läßt sich der Bezug der gravitophotophoretischen Bewegungen auf die Vertikale als Folge von Richtwirkungen verstehen: Wenn ein nicht kugelsymmetrischer Körper durch seine Schwere im widerstehenden Mittel sinkt, erfährt er richtende Drehmomente. Verschiedenartig je nach der Gestalt und Massenverteilung des Körpers, können sie zu ein- oder mehrdeutiger Orientierung zum Lot führen. Treten nun bei Bestrahlung körperfeste photophoretische Kräfte hinzu, so bleibt der richtende Einfluß der Schwere nach wie vor erhalten, wenn auch mit zunehmender Bestrahlung aus den ursprünglichen Gleichgewichtslagen neue stetig hervorgehen.

Einer allgemeinen quantitativen Behandlung widersetzen sich Vielfalt und Kompliziertheit der Teilchenformen. Da bei der Gravitophotophorese ohnehin nur qualitative Gesetzmäßigkeiten bekannt sind, kann auf eine für deren Wiedergabe unnötige Allgemeinheit der Theorie

verzichtet werden. Hier soll daher nur ein spezielles ideales Modell diskutiert werden, das zwar den realen Gegebenheiten nicht sehr nahe steht, aber doch den Einblick in das Wesentliche des Mechanismus der Gravitophotophorese gestattet.

An dem Körper greifen photophoretische (durch die Bestrahlung erzeugte) Kräfte, die Schwere und Luftkräfte an. Das körperfeste photophoretische Kraftsystem sei auf eine einfache Kraft $\mathfrak{P}$ reduzierbar. Hydrodynamisch verhalte sich der Körper als Kugel: Die Resultante des von der Translation herrührenden Teils der Luftkraft sei eine reine Widerstandskraft $\mathfrak{R} = -v/B$, die stets durch einen festen, vom Schwerpunkt S verschiedenen Punkt O geht, die Rotation verursache keine resultierende Kraft (keine Propellerwirkung und dergleichen), ebenso sei der von der Rotation stammende Anteil des Drehmomentes $\mathfrak{S}$ ein reiner Drehwiderstand, also der Winkelgeschwindigkeit parallel: $\mathfrak{S} = -w/B'$. Beweglichkeit B und Drehbeweglichkeit B' seien unabhängig von der Lage von v , bzw. w zum Körper. Ferner sollen Trägheitswirkungen vernachlässigbar sein. Es müssen daher folgende Kräfte und Momente im Gleichgewicht sein:

Resultanten:

Photophoretische $\mathfrak{P}$,

Gewicht $\mathfrak{Q}$,

hydrodynamische (Widerstand) $\mathfrak{R} = -v/B$;

Momente (bezogen auf den Schwerpunkt S):

Photophoretisches $\mathfrak{M}_1 = [\bar{p} \mathfrak{P}]$, ($\bar{p}$: Arm von $\mathfrak{P}$),

Hydrodynamische: $\mathfrak{M}_2 = [r \mathfrak{R}] = [r, -v/B]$, $\mathfrak{S} = -w/B'$,

($r = \overrightarrow{SO}$, Arm von $\mathfrak{R}$).

Die Bedingungen des Gleichgewichts der antreibenden Kraft $\mathfrak{R} = \mathfrak{P} + \mathfrak{Q}$ mit der Widerstandskraft $\mathfrak{R} = -v/B$ und des antreibenden Drehmomentes $\mathfrak{D} = \mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2 = [\bar{p} \mathfrak{P}] + [r, -v/B]$ mit dem Widerstandsmoment $\mathfrak{S} = -w/B'$:

$$\mathfrak{R} + \mathfrak{R} = 0, \quad \mathfrak{P} + \mathfrak{Q} + \mathfrak{R} = 0, \quad (1)$$

$$\mathfrak{D} + \mathfrak{S} = 0, \quad \mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2 + \mathfrak{S} = 0, \quad (2)$$

ergeben die Bewegungsgleichungen:

$$v = B \mathfrak{R} = B(\mathfrak{P} + \mathfrak{Q}), \quad (1')$$

$$w = B' \mathfrak{D} = B'(\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2). \quad (2')$$

Die Wirkung eines solchen Kraftsystems möge zuerst an einem symmetrischen Spezialfall veranschaulicht werden: Es seien die Angriffslinie von $\mathfrak{P}$, S und O in einer Ebene ($\mathfrak{P}$, $\bar{p}$ und r komplanar); wir betrachten den Fall, daß diese Ebene vertikal steht, also auch $\mathfrak{Q}$ enthält (Abb. 2). Zu jedem Betrag von $\mathfrak{P}$ gibt es zwei Einstellungen des Körpers zum Lot, in denen $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{Q}$ und $\mathfrak{R}$, deren Summe 0 ist, durch einen Punkt gehen, somit $\mathfrak{D}$ verschwindet und der Körper seine Lage beibehält. Eine davon (a) ist stabil: Wird er aus dieser Lage gedreht (a' , a''), so treten Momente auf (dargestellt durch das Kräftepaar $\mathfrak{Q}$ und $\mathfrak{Q} \equiv \mathfrak{P} + \mathfrak{R}$,

die ihn zurückdrehen¹. Der Körper bewegt sich im stabilen Gleichgewicht, also mit konstanter Geschwindigkeit v unter einem bestimmten Winkel gegen die Vertikale. Mit dem Betrag von $\mathfrak{P}$ (abhängig von der Bestrahlungsstärke) ändert sich sowohl der Betrag der Geschwindigkeit, als auch wegen der mit P veränderlichen Gleichgewichtslage deren Richtung zum Lot (a, b).

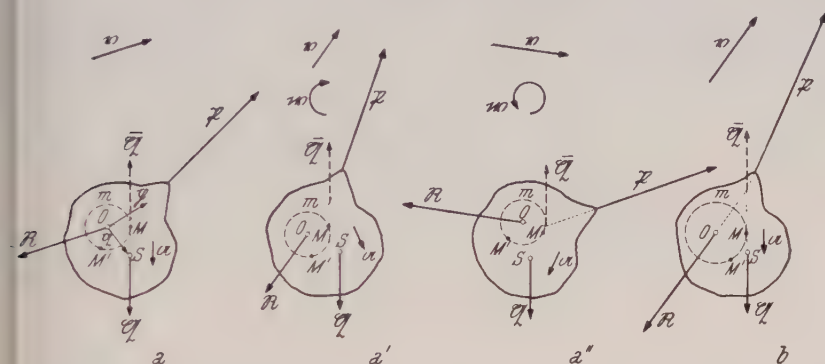


Abb. 2. Die Stabilisierung einer bestimmten Lage des Teilchens zum Lot. Das Richtmoment wird durch das aus Q und $\bar{Q} = P + R$ gebildete Kräftepaar repräsentiert a, b : Stabile Lagen bei verschiedenen Beträgen von P . a', a'' : Gegenüber a gestörte Lagen. $\bar{Q}$ tangiert die metazentrische Kurve (Kreis) m, M Metazentrum der stabilen, M' Metazentrum der labilen Gleichgewichtslage

Um die Bewegung im allgemeinen Fall zu erfassen, hat man von den Gln. (1), (2) auszugehen. Aus der Gl. (2), welche die Drehbewegung bestimmt, erhält man durch die Umformung

$$\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2 = [\bar{p} \mathfrak{P}] + [r \mathfrak{R}] = [\bar{p} \mathfrak{P}] + [r, -\mathfrak{P} - \mathfrak{Q}] = [\bar{p} - r, \mathfrak{P}] - [r \mathfrak{Q}]$$

mit den Bezeichnungen

$$\mathfrak{M} = [\bar{p} - r, \mathfrak{P}], \quad p = \bar{p} - r, \quad q = -r$$

die Gleichung

$$\mathfrak{M} + [q \mathfrak{Q}] + \mathfrak{S} = 0, \quad w = B' \{ \mathfrak{M} + [q \mathfrak{Q}] \} \quad (2a)$$

(Die hierin stehenden Größen kann man als photophoretisches Drehmoment $\mathfrak{M} = p \mathfrak{P}$ und Drehmoment des Gewichtes $[q \mathfrak{Q}]$, bezogen auf O , betrachten.)

Die Beziehung (2a), in welcher $\mathfrak{Q}$ raumfest, $\mathfrak{M}$ und q körperfest sind, entspricht einer vollkommen analogen für die Magneto-phophorese [6]:

$$\mathfrak{M} + [m \mathfrak{H}] + \mathfrak{S} = 0.$$

Das daraus folgende Ergebnis kann zur Gänze übertragen werden:

¹ In diesem symmetrischen Fall gilt das nur für $P < q Q/p \sin(p, \mathfrak{P})$. Bei größerem P gibt es keine konstanten Einstellungen des Körpers zum Lot, in denen die Symmetrieebene vertikal liegt (dafür zwei indifferente andere).

Der Körper stellt sich aus beliebigen Lagen mit einer bestimmten körperfesten Richtung α ($|\alpha| = 1$)¹, die mit q einen spitzen Winkel bildet, in die Schwererichtung g^0 ein. Diese Lage ist dadurch ausgezeichnet, daß dann $\mathfrak{D}$ parallel zu g^0 liegt, der Körper sich also um die Vertikale dreht, ferner durch die Stabilität gegenüber einer zweiten, labilen mit stumpfem Winkel zu q . $\mathfrak{Q}$ behält in dieser Gleichgewichtslage seine Richtung zum Körper bei, daher auch $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{D}$ und damit v und w . Die stabile, aus der Fortbewegung mit v und der Drehung mit w resultierende stabile Bewegung ist also eine stationäre *Schraubung um die Vertikale*. Je nach der Richtung, die dabei v zum Lot einhält, verläuft sie aufwärts, abwärts oder kreisförmig in konstanter Höhe. Die Lage von α im Körper hängt von P ab: Mit $P \rightarrow 0$ stellt sich q vertikal ($\alpha \rightarrow q^0$), mit $P \rightarrow \infty$ die Achse des photophoretischen Drehmomentes $\mathfrak{M}$ ($\alpha \rightarrow \mathfrak{M}^0$).

Die vertikale Geschwindigkeitskomponente v_G ergibt sich aus der Projektion von $\mathfrak{R}$ auf g^0 :

$$v_G = B \mathfrak{R} g^0 = B(\mathfrak{P} g^0 + Q).$$

$\mathfrak{P} g^0$ ist zu ermitteln. Im stabilen Gleichgewicht ist α parallel zu g^0 , es wird dann $\mathfrak{P} g^0 = P \cos \varphi$, wo $\varphi = \angle(\mathfrak{P}, \alpha)$. Wegen der thermischen Schwankungsbewegung ist dieses Gleichgewicht aber ständig gestört, von der Vertikalkomponente P_G von $\mathfrak{P}$ wird nur ein Mittelwert $\overline{P_G}$ wirksam, gegeben durch

$$\overline{P_G} = P \cos \varphi \overline{\cos \delta},$$

wo $\delta = \angle(\alpha, g^0)$. Daraus folgt

$$v_G = B(\overline{P_G} + Q) = B P \cos \varphi \overline{\cos \delta} + B Q = v_P + v_f; \quad (3)$$

$v_f = B Q$ ist die Fallgeschwindigkeit; $v_P = B P \cos \varphi \overline{\cos \delta}$ ist der eigentlich photophoretische, von der Bestrahlung herrührende Anteil der Vertikalgeschwindigkeit.

Das Ziel ist, mögliche Formen der Abhängigkeit von v_G von der Bestrahlungsstärke J zu finden, die mit den eingangs festgestellten verglichen werden können. Zwar ist die Abhängigkeit der photophoretischen Kräfte von J nicht bekannt, für einen qualitativen Vergleich reicht jedoch folgendes Verfahren aus: Es wird angenommen, daß P eine monoton wachsende Funktion von J sei. (Die Angriffslinie von $\mathfrak{P}$ bleibe fest.) Die Funktion $v_G(P)$ gibt dann ein Abbild der gesuchten Funktion $v_G(J)$, von der sie sich nur durch eine unbestimmt bleibende Abszissenteilung unterscheidet.

Die Bestimmung von $\cos \varphi$ und $\overline{\cos \delta}$ läßt sich ebenfalls von der Theorie der Magnetophotophorese her übertragen: Die X_1 -Achse eines körperfesten Koordinatensystems halbiere den Winkel γ ($\gamma \leq 180^\circ$) zwischen $\mathfrak{M}$ und q , die X_2 -Achse den Winkel zwischen q und $-\mathfrak{M}$. $\mathfrak{P}$ habe den Azimutwinkel r und den Polarwinkel ϑ . Da nach den hier gemachten Voraussetzungen $-\mathfrak{M} = [r \mathfrak{P}]$ — die Kraft $\mathfrak{P}$ auf $\mathfrak{M}$

¹ α entspricht $\mathfrak{S}^{0*}$ in [6].

senkrecht steht, ist $\nu = 90^\circ - \gamma/2$ oder $270^\circ - \gamma/2$, der Winkel $\lambda = 90^\circ - \gamma/2 - \nu$ ist daher gleich 0° oder 180° .

Die körperfesten Vektoren haben also folgende Komponenten:

$$\mathfrak{M} = (M \cos \gamma/2, -M \sin \gamma/2, 0),$$

$$\mathfrak{q} = (q \cos \gamma/2, q \sin \gamma/2, 0),$$

$$\mathfrak{P} = (P \sin \gamma/2 \cdot \sin \vartheta, P \cos \gamma/2 \cdot \sin \vartheta, P \cos \vartheta) \text{ für } \lambda = 0^\circ,$$

$$= (-P \sin \gamma/2 \cdot \sin \vartheta, -P \cos \gamma/2 \cdot \sin \vartheta, P \cos \vartheta) \text{ für } \lambda = 180^\circ.$$

Für α erhält man:

$$a_1 = \pm \frac{1}{4 \cos \gamma/2} \cdot \sqrt{16 \cos^4 \gamma/2 - u^2},$$

$$a_2 = \pm \frac{1}{4 \sin \gamma/2} \cdot \sqrt{16 \sin^4 \gamma/2 - u^2}, \quad (4)$$

$$a_3 = -\frac{u}{2 \sin \gamma};$$

u ist eine Funktion von $q, Q, M = q, Q, p, P \sin(\vartheta, \mathfrak{P})$. Setzt man

$$\frac{qQ}{p \sin(\vartheta, \mathfrak{P})} \equiv \Pi, \quad \frac{qQ}{M} = \frac{\Pi}{P}, \quad (5)$$

so hat sie die Gestalt

$$u = \frac{P}{\Pi} + \frac{\Pi}{P} - \sqrt{\left(\frac{P}{\Pi} + \frac{\Pi}{P}\right)^2 - 4 \sin^2 \gamma}. \quad (6)$$

Die Vorzeichen von a_1, a_2 :

	$0^\circ < \gamma < 90^\circ$		$90^\circ < \gamma < 180^\circ$	
	a_1	a_2	a_1	a_2
$P < \Pi$	+	+	+	+
$P = \Pi$	+	0	0	+
$P > \Pi$	+	-	-	+

Daraus folgt

$$\cos \varphi = \mathfrak{P}^0 \alpha =$$

$$= \frac{\sin \vartheta}{4} \left\{ \pm \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \sqrt{16 \cos^4 \frac{\gamma}{2} - u^2} \pm \operatorname{ctg} \frac{\gamma}{2} \sqrt{16 \sin^4 \frac{\gamma}{2} - u^2} \right\} - \frac{\cos \vartheta}{2 \sin \gamma} u$$

$$= \Phi \left(\frac{P}{\Pi} \right). \quad (7)$$

In Abb. 3 sind Beispiele für Φ -Funktionen dargestellt.

Die Berechnung der thermischen Störung ergibt:

$$\overline{\cos \delta} = \mathfrak{L} \left(\frac{qQ}{kT} \cos \varepsilon \right); \quad (8)$$

$\mathfrak{L}(x) = \mathfrak{E} \operatorname{tg} x - 1/x$ (LANGEVINSche Funktion), $\varepsilon = \angle(q, a)$.

$$\cos \varepsilon = q^0 a = \frac{1}{4} \left(\pm \sqrt{16 \cos^4 \frac{\gamma}{2} - u^2} \pm \sqrt{16 \sin^4 \frac{\gamma}{2} - u^2} \right) \equiv F\left(\frac{P}{\Pi}\right).$$

Für $P \ll \Pi$ ist $\cos \varepsilon = 1$, für $P \gg \Pi$ (praktisch ab $P \approx 2\Pi$), ist $\cos \varepsilon = |\cos \gamma|$.

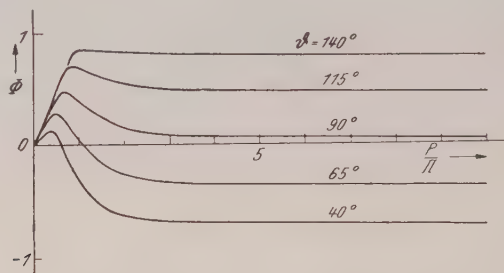


Abb. 3. Typische Formen der Funktion $\cos \varphi = \Phi(P/\Pi)$. $\gamma = 75^\circ$, $\lambda = 0^\circ$, ϑ wie in der Figur angegeben. (Mit γ variiert die Gestalt der Kurven nur wenig)

Die gesuchte Abhängigkeit von v_P von P lautet daher:

$$v_P = B P \Phi\left(\frac{P}{\Pi}\right) \mathfrak{L}\left(\frac{q Q}{k T} F\left(\frac{P}{\Pi}\right)\right) \quad (9')$$

oder in reduzierter Form

$$\frac{v_P}{v_f} = \frac{P}{Q} \Phi\left(\frac{P}{\Pi}\right) \mathfrak{L}\left(\frac{q Q}{k T} F\left(\frac{P}{\Pi}\right)\right). \quad (9'')$$

Die einer thermisch nicht gestörten Bewegung entsprechende Funktion $P/Q \cdot \Phi$ wird durch den Faktor $\mathfrak{L} < 1$ vermindert. Er beträgt $\mathfrak{L}(q Q/k T) = \mathfrak{L}_0$ für $P \ll \Pi$ und $\mathfrak{L}(q Q/k T \cdot |\cos \gamma|) = \mathfrak{L}_\infty$ für $P \gg \Pi$;

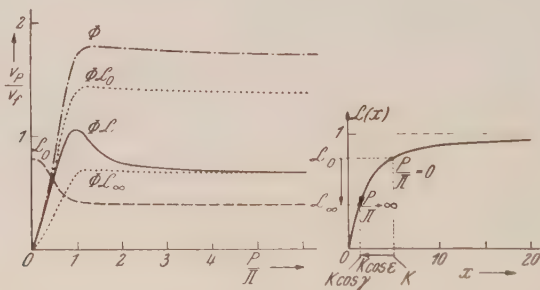


Abb. 4. Links: Eine reduzierte $v_P(P)$ -Funktion und ihre Zusammensetzung aus den Faktoren Φ und $\mathfrak{L}$. Rechts: LANGEVIN-Funktion. $P/Q = 2$, $q Q/k T \equiv K = 5$; $\gamma = 75^\circ$, $\vartheta = 150^\circ$, $\lambda = 0^\circ$

da $\mathfrak{L}_\infty \leq \mathfrak{L}_0$ ist, wird die gravitophotophoretische Bewegung bei hohen Lichtintensitäten stärker gestört als bei kleinen (Abb. 4). Dies rührt daher, daß das stabilisierende Moment — es ist gleich dem rücktreiben-

den Moment eines Pendels des Gewichtes Q und der Länge $q \cos \varepsilon$ wegen der Zunahme von ε mit wachsendem P abnimmt.

Das Ausmaß der Verminderung von v_P durch die thermischen Schwankungen läßt sich ungefähr abschätzen. Gemäß dem Verlauf der LANGEVIN-Funktion (Abb. 4, rechts) fällt sie nicht mehr ins Gewicht, wenn qQ rund fünf- oder zehnmal größer als kT ist. Mit den angenommenen Daten $q = 0,1 a$ (a ...Teilchenradius), Dichte $\varrho = 1 \dots 2$, $kT = 4 \cdot 10^{-14}$ findet man gemäß

$$qQ = 0,1 a \frac{4\pi a^3}{3} \varrho g \doteq 10 kT,$$

daß eine Größenordnung von einigen 10^{-4} cm die Grenze bildet, von der an die Gravitophotophorese keinen wesentlichen thermischen Störungen mehr unterliegt.

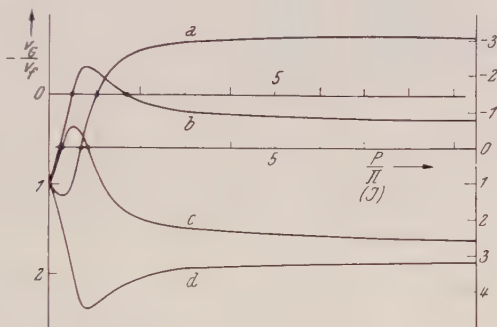


Abb. 5. Beispiele für reduzierte $v_G(P)$ -Funktionen, zugleich qualitativ $v_G(J)$ darstellend (vgl. Abb. 1). — Keine thermische Störung: $\Sigma = 1$; $P/Q = 2$ (linke Skala) und $P/Q = 5$ (rechte Skala); $\gamma = 75^\circ$; a: $\vartheta = 30^\circ$, $\lambda = 0^\circ$, b: $\vartheta = 70^\circ$, $\lambda = 180^\circ$, c: $\vartheta = 110^\circ$, $\lambda = 180^\circ$, d: $\vartheta = 150^\circ$, $\lambda = 0^\circ$

Man kann nun eine Reihe von Formen der reduzierten $v_G - P$ -Funktionen

$$\frac{v_G}{v_f} = \frac{v_P}{v_f} + \frac{v_f}{v_f} - \frac{P}{Q} \Phi\left(\frac{P}{P'}\right) \varrho \left(\frac{qQ}{kT} F\left(\frac{P}{H}\right) \right) + 1 \quad (9)$$

errechnen, indem man verschiedene Werte der Parameter P/Q , qQ/kT , γ und ϑ einsetzt. Abb. 5 zeigt einige typische Formen für den Fall $qQ \gg kT$, also $\varrho = 1$. Wie ersichtlich, entsprechen sie den aus den Experimenten gefolgerten $v_G - J$ -Zusammenhängen: Schnelleres oder langsames Fallen im Licht, Aufwärtsbewegung mit Schweben bei einer bestimmten Bestrahlungsstärke, wie auch die in Abb. 1 B diskutierte Abhängigkeit¹.

¹ Dies bezieht sich nur auf Kreisbewegungen in der Gestalt von Rotationen der Teilchen um vertikale Achsen. Nach der Theorie ist solches Kreisen auf vertikal stabilisierter Bahn sowohl im oberen als im unteren Strahlteil möglich. In den sicher beobachteten Fällen, wo Teilchen zwei Schwebelagen hatten, beschrieben sie zumindest in der unteren Kreiswendeln; letztere gehen über den Rahmen dieser Theorie hinaus (s. unten).

Verallgemeinerungen dieses Modells würden eine größere Mannigfaltigkeit von v_G - P -Kurventypen, qualitativ aber nichts wesentlich Neues ergeben, abgesehen etwa von der Möglichkeit dreier Schwebelagen. Läßt man z. B. wie bei der Magnetophotophorese zu, daß das photophoretische Kraftsystem nicht auf eine bloße Resultante reduzierbar, daher $\mathfrak{P}$ für $P \rightarrow \infty$ nicht mehr senkrecht zum Lot ist (ν nicht mehr mit γ verknüpft, λ auch verschieden von 0° oder 180°), so erhalten die Φ -Funktionen eine allgemeinere Gestalt (vgl. 6, Formel 17). Daraus folgt, daß $v_P(P)$ für hohe P nicht mehr wie bisher durch eine Konstante a , sondern durch $a + bP$ asymptotisch dargestellt wird (Abb. 6).

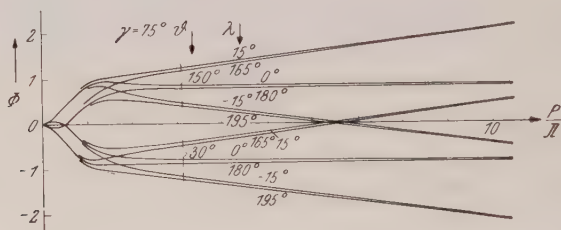


Abb. 6. Allgemeinere Φ -Funktionen (vgl. Abb. 3). Denkt man sich die Abszissenachse bei verschiedenen positiven Ordinaten gezogen, so erhält man verschiedenen Werten von P/Q entsprechende reduzierte $v_G(P)$ -Funktionen ($\Sigma = 1$)

Von den eindeutig von der Bestrahlungsstärke abhängigen Schraubungen um vertikale Achsen, welche die hier gegebene Theorie erklärt, weichen zwei Typen gravitophotophoretischer Bewegungen ab: 1. die Doppelwendeln um vertikale Achsen (im Grenzfall Kreiswendeln), bei denen das Teilchen nicht um die Vertikale rotiert, und 2. die vertikalen Oszillationen, bei denen innerhalb gewisser Intensitätsgrenzen zwei Bewegungszustände (einer mit $v_G > 0$, einer mit $v_G < 0$) stabil sind. Vermutlich spielen dabei die in der vorstehenden Theorie vernachlässigten Trägheitskräfte eine entscheidende Rolle, im zweiten Fall vielleicht auch die unregelmäßige Gestalt (verschiedene Beweglichkeit in verschiedenen Richtungen, komplizierteres Verhalten der Luftkraft, starke Abhängigkeit der absorbierten Strahlungsmenge von der Lage zum Licht).

Literatur

1. EHRENHAF, F., E. REEGER, C.R. **232**, 1922 (1950).
2. ROHATSCHKE, H., Acta Phys. Austr., **10**, 267 (1956).
3. EHRENHAF, F., K. KONSTANTINOWSKY, Wiener Akad. Anz. **57**, 91 (18. 3. 1920).
4. WHYTLAW-GRAY, R., H. S. PATTERSON, „Smoke“, E. Arnold & Co., London (1932).
5. SCHEU, E., Dissertation Wien (1950) s. auch F. EHRENHAF, Acta Phys. Austr. **5**, 12 (1951).
6. ROHATSCHKE, H., Acta Phys. Austr. **9**, 151 (1955).

Tertiäre Basistranslation von Zn-Kristallen*

Von

Friedrich Blaha

II. Physikalisches Institut der Universität Wien

Mit 2 Abbildungen

(Eingelangt am 26. März 1956)

In dem Bestreben, Kristalle eines hohen Vollkommenheitsgrades herzustellen, wurde bisher in erster Linie versucht, Kristallproben der üblichen Abmessungen in höchstmöglichem Reinheitsgrad und unter extremen Vorsichtsmaßnahmen zu züchten. Hierbei konnten in den letzten Jahren beträchtliche Fortschritte erzielt werden, die sich unter anderem so äußerten, daß selbst nach plastischen Verformungen bis zu etwa 20%, kaum eine Verfestigung nachweisbar war [1] und im Laue-Liagramm keine Asterismen, wie sie für Gitterverwerfungen charakteristisch sind, in Erscheinung traten. Andererseits zeigten aber gerade verfeinerte Röntgenaufnahmen und weitergehende Dehnungen der Proben, daß diese vom ungestörten Einkristall doch noch beträchtlich entfernt sind.

Eine offenbar recht gute Annäherung an den Idealkristall wurde in letzter Zeit in den Härchen-Kristallen entdeckt [2], deren Festigkeit der theoretischen schon weitgehend entspricht, jedoch ist die Herstellung solcher Kriställchen (whisker growth) stark vom Zufall abhängig und überdies läßt deren Durchmesser, der häufig entlang der Proben verschieden ist und nur einige Mikron beträgt, Handhabung und praktische Messungen fragwürdig erscheinen.

Gewissermaßen als Kompromiß zwischen beiden Probenarten wurde nun versucht, Kristalle mit einem möglichst kleinen Durchmesser nach dem CZOCHRALSKI-Verfahren [3] — bei dem also die Kristalle langsam aus der Schmelze gezogen werden — herzustellen. Die experimentellen Schwierigkeiten liegen hier aber darin, daß der Kristall einerseits einen gleichmäßigen Querschnitt über die ganze Probenlänge haben soll. Durchmesser von 50 bis 200 μ sind von besonderem Interesse, wie sich aus theoretischen Überlegungen ergibt) und andererseits nur Orientierungen in Frage kommen, bei denen die Basis unter größerem Winkel als 20° zur Längsrichtung der Probe liegt. Es gelang nun im Zuge unserer

* Herrn Prof. Dr. GEORG STETTER zum 60. Geburtstag gewidmet.

Untersuchungen, bei Einhaltung bestimmter Herstellungsbedingungen Einkristalldrähte aus Zink von 100 bis 150 μ Durchmesser und mehreren cm Länge zu erhalten. Diese Proben zeigten gegenüber den bisher im allgemeinen untersuchten, viel dickeren Proben eine größere Dehnbarkeit, eine ausgeprägte Bereitschaft zu einheitlicher Zwillingsbildung über die ganze Probe (oder zumindest längere Abschnitte) und darauf folgende, sekundäre Basistranslation. Die Zwillingsbildung, die bei Zn ein Umklappen des Gitters nach einer $10\bar{1}2$ -Ebene darstellt [4], setzt während der Dehnung des Kristalles ein, wenn nach hinreichendem

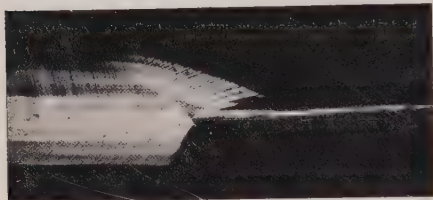


Abb. 1. Übergangsstelle primärer und sekundärer Basistranslation. Die Ansatzstelle letzterer liegt unter etwa 60° zur Probenachse. Zn. Vergr. 140 $\times$

Abgleiten im Translations-system die charakteristische Grenzschubspannung erreicht wird. Das neue Gitter liegt dann für weitere Translationen in einer günstigen Stellung (Basis etwa 60° zur Zugrichtung, vgl. Abb. 1), und es beginnt die sekundäre Basistranslation. Bei Kristallen größeren Durchmessers bilden sich im allgemeinen die Zwillinge meist nur in Form dünner Lamellen oder kurzer Streifen im primär gedehnten Kristall aus. Der Grund hierfür liegt wohl darin, daß gerade die Zwillingsbildung für Verunreinigungen und andere Gitterdefekte besonders empfindlich ist. Bei Zink als hexagonalem Kristall kommt überdies hinzu, daß die Zwillingsbildung nicht nur in einer einfachen Schiebung besteht, sondern daß die Atome in einer komplizierteren Weise umgeordnet werden. Bei den untersuchten dünnen Proben sind nun offenbar für die plastische Verformung störende Inhomogenitäten weitgehend ausgeschaltet. Dafür spricht nicht nur die bereits erwähnte durchlaufende Verzwilligung längs der Probe, sondern auch der Umstand, daß erstmalig ein Fall tertiärer Basistranslation festgestellt werden konnte, das heißt nach sekundärer Basistranslation fand nochmals Zwillingsbildung statt und in dieser neuerliche Abgleitung, somit also eine tertiäre Basistranslation (Abb. 2). Dieser Sachverhalt weist auch insofern auf eine beträchtliche Vollkommenheit des Ausgangsgitters hin, als diese drei aufeinanderfolgenden Gitterabgleitungen mit den zwei dazwischenliegenden Gitterumklappungen einer örtlichen Dehnung von größenordnungsmäßig dem Hundertfachen entsprechen. Auf Grund dieser Erfahrungen erscheint auch die Untersuchung einer Reihe von Fragen der plastischen Verformung an solchen dünnen Kristallen durchaus versprechend.

Was die Dynamik der Zwillingsbildung anlangt, ist man heute geneigt, hierfür — ebenso wie für die plastische Verformung — den Versetzungsmechanismus heranzuziehen [5]. Es ergibt sich allerdings, daß der Vorgang hier bereits etwas kompliziertere Voraussetzungen erfordert,

nämlich das Zusammentreffen dreier, nicht in einer Ebene liegender Versetzungslinien. Der Vorgang der Zwillingsbildung selbst wird dann so erklärt, daß die Versetzung, die in der Zwillingslage liegt, rotiert und bei jeder Umdrehung eine Gitterebene in die Zwillingslage überführt, wobei sie gleichzeitig um einen Gitterabstand höher steigt; die eine der



Abb. 2. Basistranslationen eines Zink-Kristalls. Vergr. $25\times$. I primär, II sekundär, III tertiär

beiden anderen Versetzungslinien fungiert dabei als Rotationsachse. Nach dieser Versetzungstheorie wird also die Zwillingsbildung als kontinuierliches — allerdings sehr rasches — Wachstum in atomaren Dimensionen interpretiert.

Literatur

1. ANDRADE, E. N. DA C. und C. HENDERSON, Phil. Trans. Roy. Soc. A **244**, 177 (1951).
LÜCKE, K. und H. LANGE, Zs. Metallkde. **43**, 55 (1952).
2. FRANK, F. C., Phil. Mag. **44**, 854 (1953).
KOONCE, S. E. und S. M. ARNOLD, Journ. Appl. Phys. **25**, 134 (1954).
3. CZOCHRALSKI, J., Zs. Phys. Chem. **92**, 219 (1917).
4. SCHMID, E. und G. WASSERMANN, Zs. Phys. **48**, 370 (1928).
5. COTTRELL, A. H. und B. A. BILBY, Phil. Mag. **42**, 573 (1951).
THOMPSON, N. und D. J. MILLARD, Phil. Mag. **43**, 422 (1952).

Ein experimenteller Beitrag zum Wärmeleitungsproblem bei der Differentialthermoanalyse*

Von

Othmar Preining

I. Physikalisches Institut der Universität Wien

Mit 5 Abbildungen

(Eingelangt am 26. März 1956)

Das Prinzip der Differentialthermoanalyse (DTA)¹ ist folgendes: Erhitzt man eine Substanz (oder läßt man sie abkühlen), so können Vorgänge wie Oxydationen, Wasserabgaben, Kristallstrukturumwandlungen, Schmelzen und ähnliches mehr auftreten. Diese gehen alle bei bestimmten, den verwendeten Stoff charakterisierenden Temperaturen und mit einer gewissen individuellen Wärmetönung vor sich. Man erhitzt nun in einem Becher die zu analysierende Substanz und in einem zweiten Becher einen inerten, also im betreffenden Temperaturbereich reaktionsfreien Stoff unter gleichen Bedingungen (im gleichen Ofen) und bestimmt die Temperaturdifferenz zwischen den beiden Bechern mittels Thermoelementen als Funktion der Temperatur. Die so erhaltene DTA-Kurve zeigt durch ihre verschiedenen Spitzen die diversen Reaktionen an. Hierbei ist die Temperatur, bei der eine Spitze auftritt, für die qualitative und die „Größe“ einer solchen für die quantitative Analyse maßgeblich.

Obwohl die DTA seit langem vielfach verwendet wird, sind die theoretischen Grundlagen des Verfahrens noch unvollkommen. Das zu lösende Wärmeleitungsproblem ist im Hinblick auf die apparativ bedingten Unsymmetrien der Anlagen und auf die komplizierten Wärmeleitverhältnisse pulverförmiger Substanzen einer mathematischen Behandlung in befriedigender Weise bis jetzt nicht zugänglich gewesen.

Von einer idealen DTA-Kurve müßte man annehmen, daß sie eine Gestalt besitzt, wie sie Abb. 1 zeigt. Tatsächlich ist dies jedoch nicht der Fall, die Kurve ist immer der in Abb. 2 dargestellten ähnlich. Es ist die Differenztemperatur außerhalb des Reaktionsbereiches nicht Null, sondern diese nimmt einen bestimmten, von der Temperatur abhängigen Wert an, der als Grunddifferenz bezeichnet wird. Wertet man nun eine

* Herrn Prof. Dr. GEORG STETTER zum 60. Geburtstag gewidmet.

¹ Ausführlicher Literaturbericht siehe [1], eine genauere Beschreibung findet sich auch in dieser Zeitschrift [2].

solche Kurve quantitativ aus, so muß diese Grunddifferenz in den Reaktionsbereich extrapoliert werden, um die Gipfelhöhe (ein empirisch zu ermittelndes Maß für die reagierende Substanzmenge, s. Abb. 2) zu ermitteln, ein Vorgang, der die Zuverlässigkeit der Auswertung der Erfahrung und Geschicklichkeit des Auswertenden überläßt. Ferner ist auch die Breite der DTA-Kurve viel größer, als man es erwarten würde. Auch diese Eigenschaft wirkt sich auf die Genauigkeit der Auswertung negativ aus.

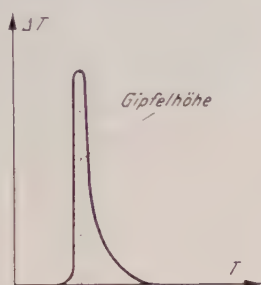


Abb. 1. Idealform einer DTA-Kurve

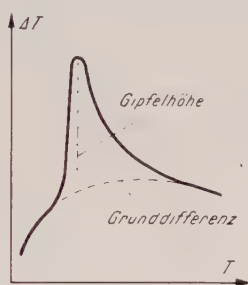


Abb. 2. Normale DTA-Kurve, wie sie bei Messungen aufgenommen wird

Als Ursache für diese Abweichungen der DTA-Kurve von der Idealgestalt kommen unter anderem ungeeignete geometrische Form der Probenbecher und Unsymmetrien in der Anlage in Frage. Beide Faktoren könnten einen Temperaturgradienten im Probenbecher und unsymmetrische Wärmezuileitung zu den Thermoelementen, sowie Temperaturunterschiede zwischen Proben- und Vergleichsbecher bewirken und damit zur Grunddifferenz und zur Verbreiterung der Kurve beitragen.

Aus diesen Gründen ist es von beträchtlichem Interesse, die Wärmeleitverhältnisse in einer DTA-Anlage experimentell zu untersuchen.

Im folgenden wird eine Methode beschrieben, die es erlaubt, sowohl den Beitrag der einzelnen Volumelemente zur DTA-Kurve, als auch die Temperaturverteilung im Probenbecher experimentell zu bestimmen.

Ähnliche Versuche wurden schon von I. BARSHAD [3] angestellt. Er brachte in verschiedener Höhe in den Probenbecher Schichten aus Stoffen mit bekannten Reaktionen und schätzte damit den Beitrag der einzelnen Schichten zur DTA-Kurve bei homogener Füllung ab. Seine Methode hat den Nachteil, daß einerseits die Grenzen der reagierenden und der inerten Substanz praktisch nicht genau festlegbar sind und andererseits ein beträchtlicher Teil des gesamten Bechervolumens einheitlich mit reagierender Substanz gefüllt wird. Ferner ist die Reproduzierbarkeit solcher Messungen schwer zu erzielen, da ja nicht nur die gleiche Stoffmenge an den gleichen Becherort gebracht werden muß, sondern auch das gleiche Volumen — etwa durch Einklopfen — herzustellen ist.

Die hier angegebene Methode vermeidet diese Schwierigkeiten durch wiederholtes Verwenden des gleichen Kristallbruchstückes. Dieses muß

natürlich aus einem Material bestehen, das eine Inversion besitzt. Ein solches ist z. B. Quarz; es wurde für die folgenden Untersuchungen ein annähernd kugeliges Bruchstück eines Bergkristalls (Gewicht: 9,05 mg) verwendet.

Mit einem solchen Bruchstück ist es möglich, den Beitrag jedes Volumelementes des Probenbeckers zur DTA-Kurve abzuschätzen. Man bringt es durch Verwendung geeigneter Leeren in verschiedene definierte Lagen in den Becher und nimmt für jede die DTA-Kurve auf. Diese Kurven werden durch Bestimmen der Gipfelhöhe ausgewertet.

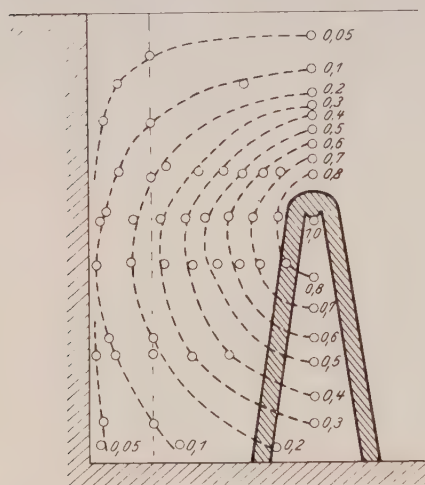


Abb. 3. Kurven in der durch die Thermoelementzuführungen bestimmten Ebene, längs deren das Kristallbruchstück verschoben werden kann, ohne daß sich die Gipfelhöhe ändert

Letztere ist dann ein Maß für den Beitrag des vom Bruchstück eingenommenen Volumteils zur DTA-Kurve des homogen gefüllten Bechers. Jene Lagen des Kristallbruchstückes, die gleiche Gipfelhöhe liefern, bestimmen „Flächen gleicher Wirksamkeit“. Deren Schnitt mit der durch die Thermoelementdrähte im Becher bestimmten vertikalen Symmetrieebene zeigt für eine spezielle, bereits an einem anderen Ort ausführlich beschriebene Anordnung [4] die Abb. 3. Die Gipfelhöhen sind auf die maximale, die 1 gesetzt wurde, bezogen. Selbstverständlich sind die Ergebnisse durch die Geometrie der Anlage, durch die Materialeigenschaften und die speziellen Versuchsbedingungen bestimmt. Das angegebene Beispiel hat daher keineswegs allgemeine Bedeutung, sondern gilt nur für bestimmte Verhältnisse. Die Flächen gleicher Wirksamkeit gehen aus diesen Kurven in erster Näherung durch Rotation um die vertikale Symmetrieachse durch den Thermoelementkopf hervor. Genauer sind die Schnitte dieser Flächen mit Ebenen parallel zum Becherboden keine Kreise, sondern Ellipsen mit kleiner, mit dem Abstand vom Becherboden abnehmender Exzentrizität. Die Ursachen der Unsymmetrie sind die Thermoelementzuführungen, welche die Wärmeleitverhältnisse im Becher beträchtlich stören. Wie man aus Abb. 3 ersieht, bewirken die Thermoelementdrähte durch ihre relativ hohe Leitfähigkeit, daß die ihnen benachbarten Volumelemente wesentlich mehr zur DTA-Kurve beitragen, als andere in gleicher Entfernung vom Thermoelementkopf. Um eine Anlage möglichst empfindlich zu machen, wird man daher den Thermoelementkopf so anordnen, daß die Flächen gleicher Wirksamkeit etwa symmetrisch zur geometrischen Bechermitte

liegen; der Thermoelementkopf befindet sich dann nicht am Ort der Bechermite, sondern ist etwas dagegen verschoben.

Bestimmt man gleichzeitig mit der Anzeige der jeweiligen DTA-Reaktion des Bruchstückes die Temperatur des Ofeninneren, so kann man die Temperaturverteilung im Becher ermitteln. Dies wurde für einige Becherorte, die auf der in Abb. 3 punktiert gezeichneten Geraden lagen, durchgeführt. Es ergab sich hierbei die in Abb. 4 dargestellte Abhängigkeit der Temperatur des Temperaturmeßelements zum Zeitpunkt des Einsetzens der Reaktion des Bruchstückes vom Abstand desselben vom Becherboden. Nimmt man an, daß die Reaktion immer bei derselben Temperatur einsetzt, so herrscht im vorliegenden Fall längs der angegebenen Geraden

im Probenbecher ein Temperaturgradient von $25\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{cm}$. Dabei ist allerdings auch vorausgesetzt, daß die Abhängigkeit des Zeitintervalls zwischen Beginn der Reaktion und Anzeige derselben vom Abstand des Bruchstückes vom Thermoelementkopf vernachlässigt werden kann, eine Annahme, deren Berechtigung die in Abb. 4 dargestellte Kurve beweist, denn wäre der Zeitpunkt der Anzeige der Reaktion vom Abstand des Bruchstückes vom Thermoelementkopf abhängig, so müßte die Kurve an der Stelle des geringsten Abstandes des Reaktionsorts vom Thermoelementkopf einen Knick besitzen.

Dieser Temperaturgradient im Probenbecher hängt von der Temperatur ab. Er entsteht wahrscheinlich durch unsymmetrisches Heizen oder Kühlen, ist also eine apparative Unzulänglichkeit. Er dürfte eine der wesentlichen Ursachen der Grunddifferenz und der Breite der DTA-Kurven sein.

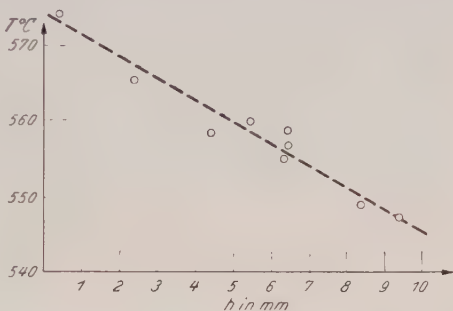


Abb. 4. Temperatur des Temperaturmeßelements zum Zeitpunkt der Anzeige der Reaktion als Funktion des Abstandes vom Becherboden

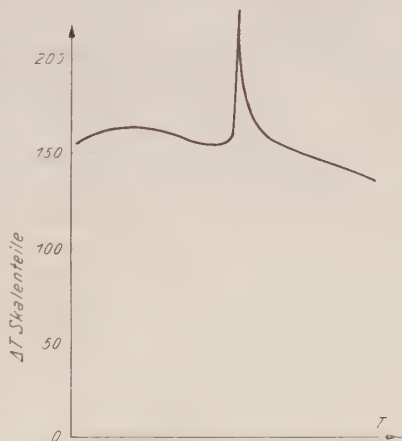


Abb. 5. DTA-Kurve des 9,05 mg Quarzbruchstückes wenn dieses direkt am Thermoelementkopf anliegt

Die Empfindlichkeit der Differenztemperaturmessung bei der verwendeten Anlage war $5,4 \cdot 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}$ pro Skalenteil. Eine DTA-Kurve mit Grunddifferenz zeigt Abb. 5. Es sei angenommen, die Grunddifferenz wäre auf ungenaue Justierung der Thermoelementköpfe zurückzuführen. Die Grunddifferenz beträgt im vorliegenden Beispiel etwa 150 Skalenteile, das sind $0,8^{\circ}\text{C}$. Bei einem Temperaturgradienten von 25°C pro cm würde ein Unterschied von 0,32 mm in der vertikalen Justierung der beiden Thermoelemente genügen um diese Grunddifferenz hervorzurufen; ein Wert, der durchaus plausibel erscheint.

Der Temperaturgradient muß auch eine Verbreiterung der DTA-Kurve bewirken, da verschiedene Becherteile zu verschiedenen Zeiten die Reaktionstemperatur erreichen und daher die Reaktion nicht gleichzeitig im ganzen Becher stattfindet.

Weitere Versuche sind jedoch noch notwendig, um diese Verhältnisse zu klären.

Zusammenfassung

Es wird eine Methode angegeben, die es gestattet, die Beiträge der Volumenelemente der reagierenden Substanz zur DTA abzuschätzen und die Temperaturverteilung im Probenbecher zu ermitteln.

Literatur

1. LEHMANN, HANS, Die Differentialthermoanalyse, Tonindustrie-Zeitung und Keramische Rundschau, 1. Beiheft (mit 548 Literaturangaben).
2. PREINING, O., J. A. SCHEDLING und J. B. WEIN, Acta Physica Austriaca 8, 89-96 (1953).
3. BARSHAD, ISAAC, The American Mineralogist 37, 667-694 (1952).
4. SCHEDLING, J. A., Berichte der Deutschen Keramischen Gesellschaft e. V. 30, 14-18 (1952).

Differentialthermoanalytische Untersuchung der exothermen Reaktion von $\text{CaSO}_4 \cdot 2 \text{H}_2\text{O}$ *

Von

J. A. Schedling

und

J. Wein

I. Physikalisches Institut der
Universität Wien

Österreichische Staub-(Silikose-)
Bekämpfungsstelle, Wien

Mit 6 Abbildungen

(Eingelangt am 22. März 1956)

Versuche an gefälltem Calciumsulfat und Atlaspap (Fasergips aus Sizilien), deren Ergebnisse bereits mitgeteilt wurden¹, haben gezeigt, daß die im Temperaturintervall von zirka 300° bis 400° C auftretende exotherme Reaktion des durch die Kristallwasserabgabe von $\text{CaSO}_4 \cdot 2 \text{H}_2\text{O}$ gebildeten Anhydrits von der verwendeten Ausgangssubstanz abhängig ist. Aus den gleichen Versuchen konnte ferner vermutet werden, daß die exotherme Reaktion von grundsätzlicher Bedeutung für den Vorgang der neuerlichen Aufnahme von Wasser in das Anhydritgitter ist. Ergänzende Untersuchungen an natürlichen Gipsen verschiedener Herkunftsorte² bestätigten die oben erwähnte Abhängigkeit der exothermen Reaktion von der Ausgangssubstanz und spezielle Versuche mit gefälltem Calciumsulfat lieferten als Ergebnis einen gesetzmäßigen Zusammenhang zwischen dieser Reaktion und der Rehydrierung des bereits entstandenen Anhydrits zum ursprünglichen $\text{CaSO}_4 \cdot 2 \text{H}_2\text{O}$. Über beide Untersuchungsreihen soll nun berichtet werden.

Insgesamt standen für die vergleichenden Untersuchungen folgende Substanzen zur Verfügung:

a) *Dihydrate*.

Calciumsulfat gefällt, p. a. Merck,
Atlaspap (Fasergips), Sizilien,

* Herrn Prof. Dr. GEORG STETTER zum 60. Geburtstag gewidmet.

¹ SCHEDLING, J. A. und J. WEIN, Differentialthermoanalytische Untersuchungen an $\text{CaSO}_4 \cdot 2 \text{H}_2\text{O}$ und seinen durch Entwässerung entstehenden Folgeprodukten. Österreichische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte der math. naturw. Klasse Abt. II, 163. Bd., 5.-7. Heft.

² Für die Beistellung eines Teiles der Proben sowie deren chemische Analyse sind wir der Österr. Stickstoffwerke AG. zu Dank verpflichtet.

Gips aus Bombay,
 Gips aus Grundlsee, Proben A, B, C und D,
 Gips aus Türrnitz, Tagbau und Grube,
 Gips aus Ischl.

b) *Anhydrite* (mit geringfügigen Anteilen an Dihydrat).
 Proben aus Ischl, Grundlsee und Badenhäusen/Harz.

Für die Proben aus den Lagerstätten Grundlsee, Türrnitz, Ischl, Bombay und Badenhäusen lagen die auf Grund chemischer Analysen ermittelten Prozentgehalte an Dihydrat und Anhydrit vor, deren Werte Tab. 1 zeigt.

Tabelle 1

	Dihydrat	Anhydrit
Gips/Grundlsee A	81,8%	2,6%
Gips/Grundlsee B	79,6%	3,7%
Gips/Grundlsee C	76,7%	4,3%
Gips/Grundlsee D	76,5%	4,9%
Gips/Türrnitz, Grube	64,0%	—
Gips/Türrnitz, Tagbau	94,4%	—
Gips/Ischl	84,3%	2,2%
Gips/Bombay	96,2%	1,5%
Anhydrit/Grundlsee	1,9%	80,7%
Anhydrit/Ischl	5,8%	89,0%
Anhydrit/Badenhausen	6,1%	91,5%

Die Abb. 1 gibt den Zusammenhang zwischen der aus dem DTA-Diagramm bestimmten Reaktionsfläche, die als Maß für die Menge der reagierenden Substanz gesetzt wird, und dem chemisch festgestellten Prozentgehalt an Dihydrat wieder. Die in dieser Kurve auftretenden Abweichungen sind auf kleine Schwankungen in den Erwärmungsgeschwindigkeiten der Proben zurückzuführen, deren Auswirkungen sich bekanntlich in den Flächen der DTA-Diagramme stark bemerkbar machen.

Trägt man, wie dies in Abb. 2 dargestellt ist, die Flächen der exothermen Reaktionen über den zugehörigen, mengenproportionalen Flächen der endothermen Reaktionen auf, so zeigt sich sofort, daß die ersteren den Ausgangsmengen von $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ nicht mehr proportional sind. Daß diese Abhängigkeit des exothermen Vorganges von der Lagerstätte, bzw. dem Entstehungsprozeß nicht allein auf die bei der Reaktion freiwerdende Wärmemenge beschränkt ist, zeigt auch ein Vergleich der in Abb. 3 dargestellten DTA-Diagramme. Besonders abweichend verhält sich der aus Bombay stammende Gips, der eine verhältnismäßig wenig markante Kurve liefert, wobei das Ende der Reaktion erst bei wesentlich höheren Temperaturen stattfindet, als dies bei den anderen Proben der Fall ist. Eine ähnliche Tendenz, wenn auch nicht so ausgeprägt, ist beim sizilianischen Atlasspat feststellbar.

Während diese exotherme Reaktion bei jenen Anhydriten, die durch Entwässerung aus dem Dihydrat gewonnen werden, eindeutig im DTA-Diagramm zu beobachten und quantitativ auszuwerten ist, zeigen die

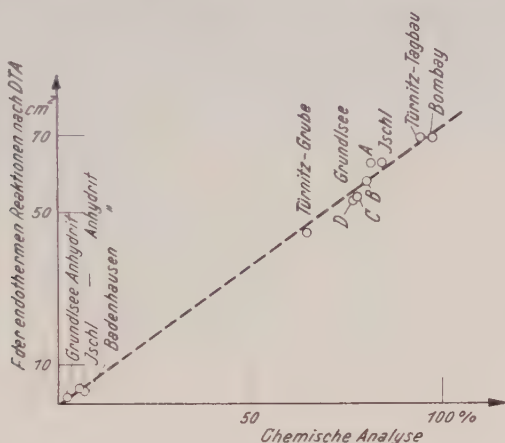


Abb. 1. Zusammenhang zwischen den Ergebnissen der chemischen Analyse und jenen der DTA

Proben des natürlichen Anhydrits (Grundsee, Ischl und Badenhausen) eine solche exotherme Reaktion im Temperaturintervall von zirka 300° bis 400° C nicht. Die geringfügige exotherme Reaktion, die aus der

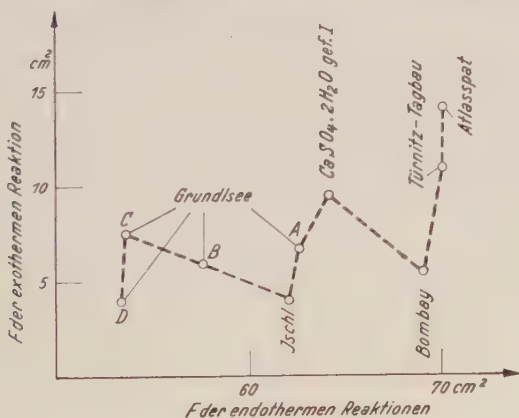


Abb. 2. Die Lagerstättenabhängigkeit der exothermen Reaktion des Gipses

Bildung von Anhydrit aus den kleinen Prozentgehalten an Dihydrat dieser Proben resultiert, ist infolge zu geringer Meßempfindlichkeit nicht mehr eindeutig feststellbar.

In Abb. 3 scheint bei den Proben aus Tünnitz und Grundsee eine weitere exotherme Reaktion zwischen zirka 400° und 470° C auf, die auch

für den in dieser Figur nicht dargestellten Ischler Gips charakteristisch ist. Diese Reaktion findet sich auch bei den beiden Anhydritproben aus den Alpenlagerstätten Grundlsee und Ischl, während sie der Anhydrit aus dem Harz und die übrigen in Tab. 1 genannten Proben sowie der Atlaspasit nicht aufweisen.

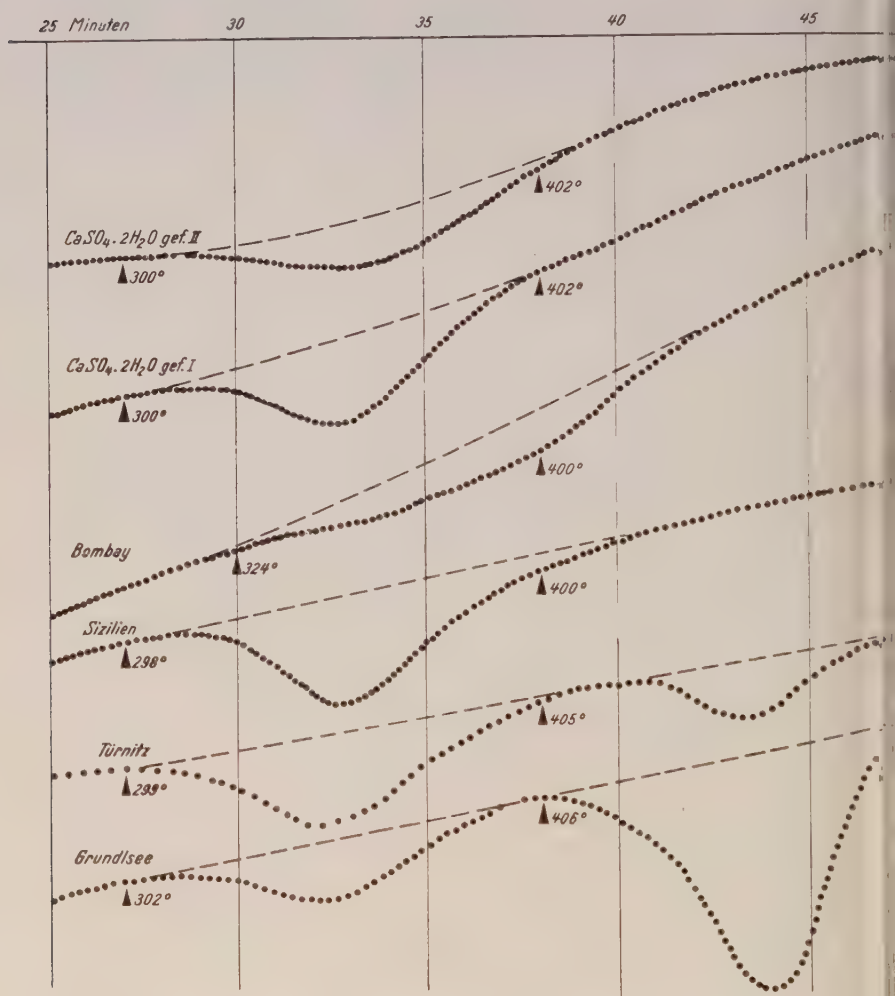


Abb. 3. Der Verlauf der exothermen Reaktion bei Gipsen verschiedener Herkunft und Entstehung

Zusammenfassend kann auf Grund dieser Ergebnisse festgestellt werden, daß sich tatsächlich quantitative Unterschiede in der Temperaturabhängigkeit und der Größe der exothermen Reaktion je nach Lagerstätte oder Entstehungsvorgang (vgl. auch die unterschiedlichen

Resultate $\text{CaSO}_4 \cdot 2 \text{H}_2\text{O}$ gefällt, Probe I und Probe II, zwei verschiedene Präparate, in Abb. 3) ergeben und die natürlich gebildeten Anhydrite diese Reaktion überhaupt nicht zeigen.

Vor der Besprechung der weiteren Resultate sei erwähnt, daß die in Abb. 3, 4, 5 und 6 dargestellten DTA-Diagramme einheitlich den Verlauf der Differenztemperatur ΔT — ausgedrückt in proportionalen Skalenteilen — als Funktion der Zeit zeigen, wobei zwischen Zeit und Proben-temperatur ein linearer Zusammenhang besteht. Im Hinblick auf die großen Unterschiede in der Energietönung der Vorgänge ist es zur deutlichen Darstellung der exothermen Reaktion erforderlich, die endothermen Vorgänge in einem achtfach verkleinerten ΔT -Maßstab wiederzugeben. Die Erwärmungsgeschwindigkeit der Proben betrug in allen Fällen $90^\circ/\text{Min}$. Als Einwaage wurde stets eine Probe von 250 mg verwendet. Als inertes Material diente Quarzpulver.

Über die Bedeutung der exothermen Reaktion für die Wiederaufnahme von Wasser in das Anhydritgitter geben nunmehr die Resultate der folgenden Versuche Aufschluß. Erwärmt man das Dihydrat auf zirka 235°C , läßt es anschließend abkühlen und heizt es neuerlich auf, so erhält man je nach den Versuchsumständen entweder überhaupt keine endotherme Reaktion oder nur quantitativ geringfügige Teile einer solchen. Existiert eine Restreaktion bei der zweiten Aufheizung und erwärmt man die Probe neuerlich, so wird der Reaktionsrest bei der dritten Aufheizung nochmals erheblich kleiner. Setzt man eine so vorbehandelte Probe längere Zeit der Einwirkung von Wasserdampf aus oder verrührt sie mit Wasser, so zeigt sie nach erfolgter Lufttrocknung unter normalen atmosphärischen Bedingungen quantitativ die gleichen endothermen Reaktionen wie zu Beginn des Versuches. Das Verhalten einer solchen Probe ist in Abb. 4 in einer Reihe von Diagrammen dargestellt. Die Kurve C zeigt den primären Verlauf der beiden endothermen Reaktionen. Die Heizung wurde sodann bei 235°C unterbrochen, die Probe gekühlt und wieder aufgeheizt. Die Kurve D ergibt, daß noch eine Restreaktion vorhanden ist. Diese geht entweder auf eine unvollständige Entwässerung des Semihydrats oder auf eine nach Beendigung der Aufheizung und anschließender rascher Kühlung eintretende teilweise Rehydrierung zurück, die vom eben frei gewordenen Kristallwasser, das aus dem durch einen Deckel abgeschlossenen Probebehälter nicht rasch genug abgeführt werden kann, verursacht wird. Die gleiche Probe wurde anschließend aus dem Probebehälter entfernt, mit Wasser verrührt und luftgetrocknet. Die neuerliche Messung lieferte die beiden bekannten Reaktionen, ihr Ergebnis zeigt Kurve E. Nunmehr wurde jedoch die Heizung nicht mehr bei 235°C unterbrochen, sondern bis 450°C fortgesetzt. Dabei tritt nun eine exotherme Reaktion auf, die sich deutlich von der normalen exothermen Reaktion der Ausgangssubstanz — für diese Versuche wurde einheitlich 250 mg $\text{CaSO}_4 \cdot 2 \text{H}_2\text{O}$ Merck, verwendet — unterscheidet. Exotherme Reaktionen, wie man sie bei einem nicht durch mehrmalige Erwärmung vorbehandelten Präparat bekommt, zeigt die Abb. 5 in den Kurven A' und B'. Die beiden Kurvenpaare

in dieser Figur repräsentieren Messungen, die lediglich zu Kontrollzwecken vorgenommen wurden. Die Kurven *A* und *A'* sind dem nicht vorbehandelten Merck-Präparat zugeordnet, während die zu den Kurven *B* und *B'* zugehörige Probe vor der erstmaligen Aufheizung mit Wasser

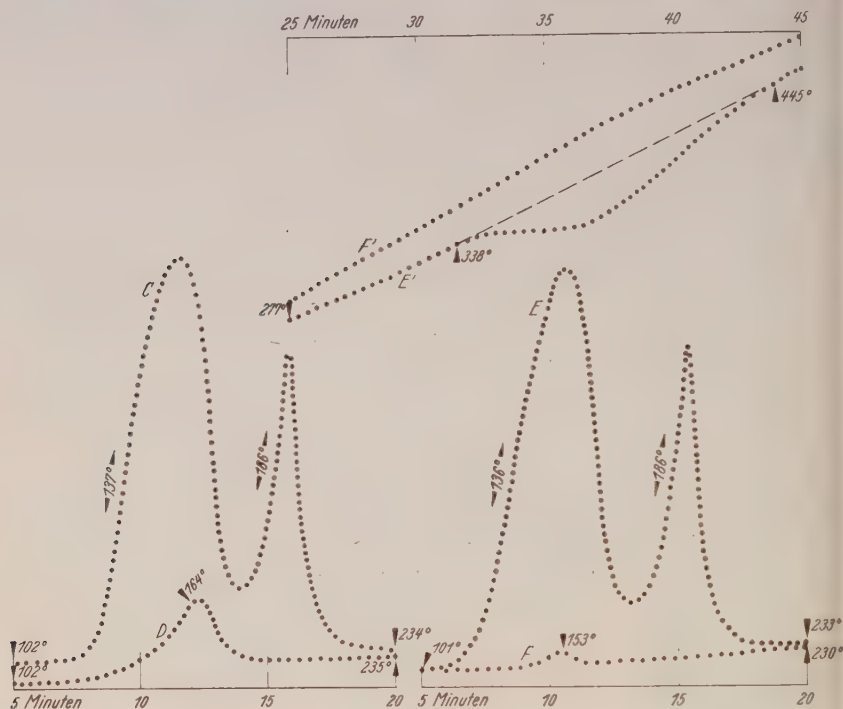


Abb. 4. Das Verhalten von Gips bei wiederholten Erwärmungen

verrührt und luftgetrocknet wurde. Diese beiden Proben liefern gleichzeitig den Nachweis, daß die Reaktionen innerhalb der Meßgenauigkeit gleichartig verlaufen und durch eine Vorbehandlung mit Wasser keine Veränderung der Ausgangssubstanz eintritt. Die den Energieumsätzen proportionalen Flächen unterscheiden sich bei den endothermen Reaktionen um zirka 2%, bei den exothermen um zirka 4%, was der normalen Streubreite der Messungen entspricht. Gegenüber diesem Normalverlauf der exothermen Reaktion tritt in der Kurve *E'* der Abb. 4 einerseits eine Verschiebung in der Anfangs- und Endtemperatur zu höheren Werten ein und andererseits eine Vergrößerung der Fläche. Eine zur Kontrolle durchgeführte neuerliche Aufheizung ergab, wie Kurve *F* zeigt, einen geringfügigen Rest einer endothermen Reaktion und ein vollständiges Verschwinden der exothermen (Kurve *F'*).

Ein gänzlich anderes Verhalten der Probe ergab jene Versuchsreihe, deren Diagramme in Abb. 6 dargestellt sind. Die Kurven *G*, *H* und *I*

entsprechen aufeinanderfolgenden Aufheizungen des Ausgangsmaterialies. Der Kurve *H* ist zu entnehmen, daß noch eine endotherme Restreaktion nach dem erstmaligen Aufheizen bis 235°C vorhanden ist, also das gleiche Resultat, wie es Kurve *D* der Abb. 4 wiedergibt. Nach Ausführung der Messung *H* wurde jedoch gleich bis 450°C weiter erwärmt, wobei die in *H'* dargestellte, zu erwartende, exotherme Reaktion auf-

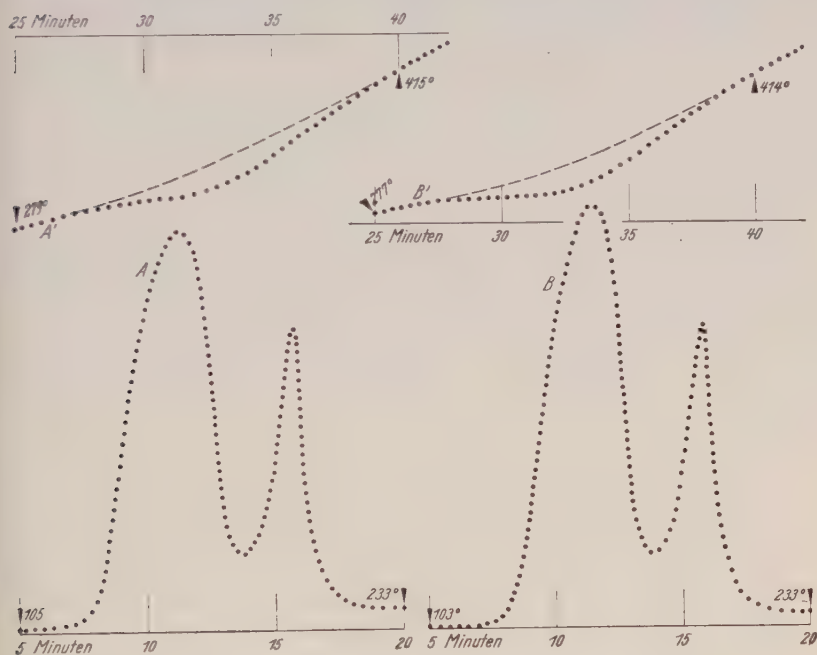


Abb. 5. Ergebnis eines Kontrollversuches am Merck-Präparat

trat. Nach Abkühlen der Probe wurde nochmals bis 450°C erwärmt; alle Reaktionen sind bis auf einen geringfügigen endothermen Rest verschwunden, wie die Kurven *I* und *I'* zeigen. Nunmehr wird die Probe wieder aus dem Probenbehälter genommen, mit Wasser verrührt und luftgetrocknet. Die DTA-Diagramme *K* und *K'* zeigen deutlich die quantitativ stark verringerte Dihydrat-Semihydrat- und Semihydrat-Anhydrit-Reaktion und nur mehr eine Andeutung einer exothermen Reaktion. Eine nachfolgende Kontrollaufheizung derselben Probe bis zu 450°C — Kurven *L* und *L'* — ergab, daß nunmehr alle Reaktionen fehlen.

Diese Ergebnisse, die an mehreren Versuchsgruppen reproduziert werden konnten, zeigen, daß eine Wiederaufnahme des Kristallwassers in das Gitter des Anhydrits und des Semihydrats quantitativ dann erreicht werden kann, wenn die Probe nicht über 220° bis 235°C erhitzt

wird. Ob diese Grenztemperatur noch höher gelegt werden darf, z. B. bis zur Anfangstemperatur der exothermen Reaktion in der Gegend von etwa 280° bis 290° C, bleibt noch zu untersuchen. Wird eine $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ Probe jedoch so weit erhitzt, daß sie die gesamte exotherme Reaktion durchläuft, so erfolgt die Rückbildung zur Ausgangssubstanz

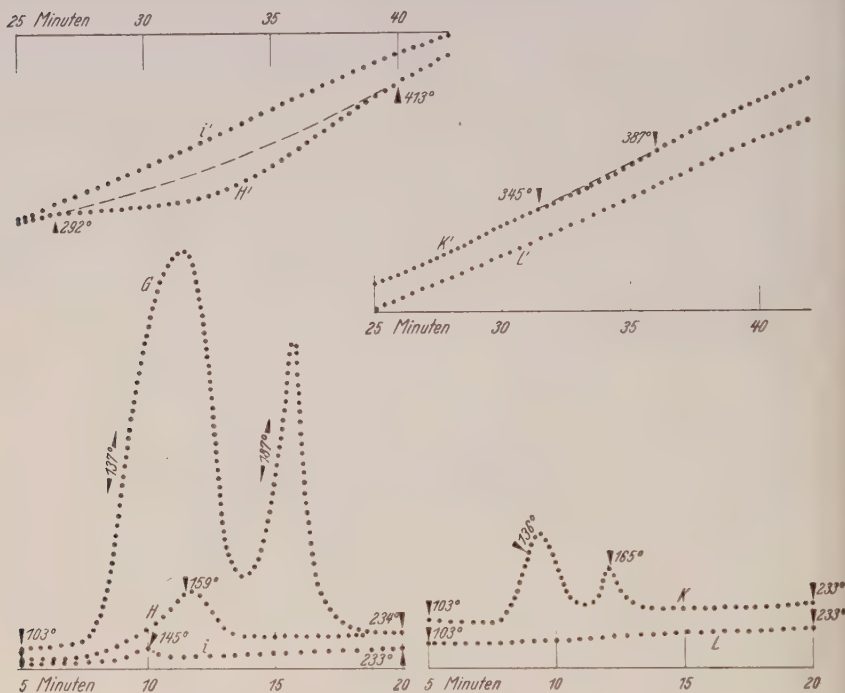


Abb. 6. Reaktionen einer Gipsprobe vor und nach Erwärmung über 300° C

durch neuerliche Aufnahme von Kristallwasser nur mehr sehr unvollständig. Wie die im Diagramm E' der Abb. 4 dargestellte Temperaturverschiebung und Vergrößerung des Energieumsatzes der exothermen Reaktion zu interpretieren ist, muß offen gelassen werden, da jegliche Anhaltspunkte für eine Deutung zur Zeit fehlen.

Stripping-Reaktionen virtueller Niveaus

Von

O. Hittmair

University of Sydney, School of Physics

(Eingelangt am 1. August 1955)

Die wellenmechanische Formulierung des Deuteron-Stripping-Wirkungsquerschnitts wird für komplexe Kerne entwickelt, auf virtuelle Zustände des abgetrennten Neutrons angewandt und mit der Matrixformulierung verglichen. Die reduzierten Breiten, die in die Ergebnisse als Parameter eingehen, sind insofern verschieden, als die Näherungsannahmen in der Matrixformulierung eine reine Ein-Partikelbreite bedingen.

1. Einleitung

In einer Stripping-Reaktion wird das einfallende Deuteron in seine Bestandteile aufgespalten. Ein Teil, gewöhnlich das Proton, setzt seinen Weg mehr oder weniger ohne direkte Wechselwirkung mit dem aufspaltenden Kern fort, während der andere Teil in einen gebundenen oder virtuellen Zustand eingefangen oder gestreut wird. Betrachten wir eine Reaktion mit ausgehenden Protonen, so hängt ihre Winkelverteilung in charakteristischer Weise von der Wechselwirkung des Neutrons mit dem Kern ab. Die Berechnung dieser Winkelverteilung kann auf zwei grundsätzlich verschiedene Weisen erfolgen. Die eine ist der wellenmechanische Weg [1, 2], auf dem BUTLER die ersten mit dem Experiment übereinstimmenden Ergebnisse erzielte. Diese Methode umfaßt im Prinzip auch Streuung und Einfang des Neutrons in virtuelle Zustände, sie kompliziert jedoch die Korrekturen, die der COULOMB- und Kernwechselwirkung des ausgehenden Protons Rechnung tragen.

Der andere Weg ist der der Matrixformulierung [3, 4, 5] des differentiellen Wirkungsquerschnitts, wo die Wechselwirkungsoperatoren der Deuteron- und Kernbestandteile explizit in Erscheinung treten und verschiedenen Näherungsannahmen unterworfen werden. Die Protonkorrekturen können dabei unmittelbar berücksichtigt werden, die Methode ist jedoch nur für den Einfang des Neutrons in einen gebundenen Zustand konsequent und behandelt diesen bei direktem Verfahren vom Standpunkt des Ein-Partikel-Modells [6].

2. Neutroneneinfang in virtuelle Niveaus

Die wellenmechanische Methode geht von einer angenäherten Wellenfunktion $\Psi(\xi, \vec{r}_p, \vec{r}_n)$ aus, die die Koordinaten der Kernnukleonen und der Deuteronbestandteile umfaßt. Diese Wellenfunktion muß an der Kernoberfläche Randbedingungen genügen. Sie muß dort stetig sein und stetige Ableitung besitzen. Der Wert ihrer logarithmischen Ableitung an der Kernoberfläche bestimmt die für die Reaktion maßgebende reduzierte Breite. Diese, zusammen mit dem Kernradius r_0 , bestimmt den differentiellen Wirkungsquerschnitt für die ausgehenden Protonen.

Für die Ψ -Funktion seien folgende Näherungsannahmen gemacht:

1. Die COULOMB-Wechselwirkung wird vernachlässigt, die Spins gleich Null gesetzt und die Kernmasse als relativ unendlich schwer angenommen.

2. Das Proton ist nach der Aufspaltung des Deuterons ein freies Teilchen; das Neutron ist ein freies Teilchen für $r_n \geq r_0$.

Die Ergänzungen, die nachträglich infolge der vereinfachenden Annahme 1 notwendig werden, sind unabhängig von den folgenden Ausführungen und bereiten keine Schwierigkeiten.

Mit diesen Annahmen wird die Ψ -Funktion, geschrieben als FOURIER-Integral über die Protonenwellenzahl und Summe über die Partialwellen des Neutrons, zu

$$\begin{aligned} \Psi(\xi, \vec{r}_p, \vec{r}_n) = & \sum_{lm} \int d\vec{k}_p \frac{1}{r_n} \left[\Phi_l^m(\vec{k}_d, \vec{k}_p, \vec{r}_n) \psi_{\xi 0} + \right. \\ & \left. + \sum_i A_{li}^m(\vec{k}_d, \vec{k}_p) h_l^{(1)}(k_{ni} r_n) \psi_{\xi i} \right] Y_l^m(\vartheta_n, \varphi_n) e^{i\vec{k}_p \vec{r}_p} = \Psi_0 + \sum_i \Psi_i \end{aligned} \quad (1)$$

für $r_n \geq r_0$. Ψ_0 ist das Produkt der Deuteronenwellenfunktion ψ_d mit der Kernwellenfunktion $\psi_{\xi 0}$ im Grundzustand. Die „Stripping-Transformierte“ Φ_l^m der Deuteronenwellenfunktion ist daher

$$\begin{aligned} \Phi_l^m &= \frac{r_n}{(2\pi)^3} \int d\xi d\Omega_n d\vec{r}_p \Psi_0 Y_l^{-m}(\vartheta_n, \varphi_n) e^{i\vec{k}_p \vec{r}_p} \psi_{\xi 0}^* = \\ &= \frac{r_n}{(2\pi)^3} \int d\Omega_n d\vec{r}_p \psi_d Y_l^{-m}(\vartheta_n, \varphi_n) e^{-i\vec{k}_p \vec{r}_p}. \end{aligned} \quad (2)$$

Die Partialwelle Ψ_{li}^m , die nach Aufspaltung des Deuterons den Anfangskern im Zustand i enthält, ergibt sich als

$$\Psi_{li}^m = \frac{\psi_{\xi 0}}{r_n} \int d\vec{k}_p \Phi_l^m e^{i\vec{k}_p \vec{r}_p} Y_l^m + \frac{\psi_{\xi i}}{r_n} \int d\vec{k}_p A_{li}^m h_l^{(1)}(k_{ni} r_n) e^{i\vec{k}_p \vec{r}_p} Y_l^m \quad (3)$$

mit der entsprechenden Neutronenwellenzahl k_{ni} .

Die Größe, die den Übergang von Ψ_{lt}^m ins Kerninnere bestimmt, ist

$$f_{lt} = r_0 \left[\frac{\partial / \partial r_n (r_n \Psi_{lt}^m)}{r_n \Psi_{lt}^m} \right]_{r_0}. \quad (4)$$

Dies wird nach (1) zu

$$f_{lt} = r_0 \left[\frac{\partial / \partial r_n (\psi_{\xi 0} \Phi_l^m + \psi_{\xi t} A_{lt}^m h_l^{(1)})}{\psi_{\xi 0} \Phi_l^m + \psi_{\xi t} A_{lt}^m h_l^{(1)}} \right]_{r_0}. \quad (5)$$

Die sphärischen HANKEL-Funktionen erster Art $h_l^{(1)}(k_{nt} r_n)$ beschreiben die ausgehende Welle des abgespaltenen Neutrons außerhalb r_0 . Wird das Neutron vom Kern in einen gebundenen Zustand eingefangen, so ist $k_{nt}^2 < 0$ und k_{nt} bei vernachlässigter Niveaubreite (stabiler Zustand) rein imaginär. $h_l^{(1)}(k_{nt} r_n)$ ist dann eine reelle, exponentiell abnehmende Funktion. Bei großer Niveaubreite oder bei Einfang des Neutrons in einen virtuellen Zustand ($k_{nt}^2 > 0$) kann der imaginäre Teil von $h_l^{(1)}(k_{nt} r_n)$ nicht mehr vernachlässigt werden, und wir erhalten für die Größe f_{lt}^+ , die analog zu f_{lt} definiert ist (in Anbetracht, daß $h_l^{(1)}$ dem Produkt $r_n \Psi_{lt}^m$ entspricht),

$$f_{lt}^+ = r_0 \left[\frac{\partial / \partial r_n h_l^{(1)}(k_{nt} r_n)}{h_l^{(1)}(k_{nt} r_n)} \right]_{r_0} = \Delta_{lt} + i s_{lt}. \quad (6)$$

Der nächste Schritt zur Bestimmung des differentiellen Wirkungsquerschnitts der Protonen ist die Berechnung des Gesamtstroms der gestreuten und absorbierten Neutronen, da jedem Neutron eindeutig ein befreites Proton entspricht.

Die Wellenfunktion der Nukleonen, die einem befreiten Proton mit Wellenvektor $\vec{k}_p$ und einem Anfangskern im Zustand t entsprechen, ist gegeben durch

$$\begin{aligned} \varphi_t(\vec{k}_p, \xi, \vec{r}_n) &= (2\pi)^{-3/2} \int d\vec{r}_p [\Psi_0(\xi, \vec{r}_p, \vec{r}_n) + \Psi_t'] e^{-i\vec{k}_p \cdot \vec{r}_p} = \\ &= \frac{(2\pi)^{3/2}}{r_n} \sum_{lm} [\Phi_l^m \psi_{\xi 0} + A_{lt}^m \psi_{\xi t} h_l^{(1)}(k_{nt} r_n)] Y_l^m(\vartheta_n, \varphi_n) \end{aligned} \quad (7)$$

Der radiale Strom der absorbierten Neutronen in den Kern ist

$$\begin{aligned} F_{lt}(\vec{k}_p) &= -\frac{\hbar r_0^2}{2m i} \int d\xi d\Omega_n \left[q_t^* \frac{\partial}{\partial r_n} q_t - q_t \frac{\partial}{\partial r_n} q_t^* \right]_{r_0} - \\ &= \frac{i \hbar (2\pi)^3}{2m r_0} \sum_{lm} \int d\xi |\Phi_l^m \psi_{\xi 0} + A_{lt}^m \psi_{\xi t} h_l^{(1)}|^2_{r_0} (f_{lt} - f_{lt}^*). \end{aligned} \quad (8)$$

Der radiale Strom der gestreuten Neutronen ist entsprechend

$$F_{et}(\vec{k}_p) = \frac{\hbar (2\pi)^3}{2m r_0 i} \sum_{lm} \int d\xi |A_{lt}^m \psi_{\xi t} h_l^{(1)}(k_{nt} r_n)|^2_{r_0} (f_{lt}^+ - f_{lt}^{+*}). \quad (9)$$

Das ergibt mit

$$A_{lt}^m \psi_{\xi t} = - \left[\frac{r_0}{r_0} \frac{\partial}{\partial r_n} \Phi_l^m - f_{lt} \Phi_l^m \right]_{r_0} \psi_{\xi 0} \quad (10)$$

einen Gesamtstrom der eingefangenen und gestreuten Neutronen

$$F_t(\vec{k}_p) = \frac{(2\pi)^3 \hbar}{m r_0} \sum_{lm} \frac{f_{lt}^* - f_{lt}}{2i} \frac{|r_0 \hat{\Phi}_l^m - f_{lt}^+ \Phi_l^m|_{r_0}^2}{|f_{lt} - f_{lt}^+|^2} + \quad (11)$$

$$+ s_{lt} \left[\frac{r_0 \Phi_l^m - f_{lt}^- \Phi_l^m}{f_{lt} - f_{lt}^+} - \Phi_l^m \right]_{r_0}.$$

$\hat{\Phi}_l^m$ bedeutet $\partial/\partial r_n \Phi_l^m$.

Eine Resonanz des Endkerns stellt den Fall dar, daß für ein bestimmtes $t = s$ f_{lt} und f_{lt}^- beinahe gleichen Wert annehmen. Im Bereich dieser Resonanz kann man f_{lt} als

$$f_{ls} = - \frac{1}{\gamma_{ls}} \left(E - E_s' + \frac{i \Gamma_{rs}}{2} \right) \quad (12)$$

schreiben. γ_{ls} bedeutet dabei die reduzierte Breite der Resonanz, Γ_{rs} die Reaktionsbreite und $E_s' = E_s + \gamma_{ls} A_s$ die formale Resonanzenergie [7]. Führt man weiters die Partikelbreite $\Gamma_{ns} = 2 s_{ls} \gamma_{ls}$ und die Gesamtbreite $\Gamma_s = \Gamma_{ns} + \Gamma_{rs}$ ein, so wird (11) zu

$$F_s(\vec{k}_p) = - \frac{(2\pi)^3 \hbar}{m r_0} \sum_{lm} \gamma_{ls} \left[\frac{\Gamma_{rs}}{2} \frac{|r_0 \hat{\Phi}_l^m - f_{ls}^+ \Phi_l^m|_{r_0}^2}{(E - E_s)^2 + \Gamma_s^2/4} + \right. \quad (13)$$

$$\left. + \frac{\Gamma_{ns}}{2} \left| \frac{r_0 \hat{\Phi}_l^m - f_{ls}^+ \Phi_l^m}{E - E_s + i \Gamma_s/2} + \frac{\Phi_l^m}{\gamma_{ls}} \right|_{r_0}^2 \right]$$

Der mit Γ_{rs} multiplizierte Ausdruck entspricht der Resonanzreaktion (Einfang des Neutrons), während das mit Γ_{ns} multiplizierte Quadrat Resonanz- und Potentialstreuung der Neutronen darstellt.

Den gesuchten differentiellen Wirkungsquerschnitt $\sigma(k_{ps})$ erhält man, indem man

$$d\sigma(\vec{k}_{ps}) = \frac{m_d k_p^2}{\hbar k_d} F_s(\vec{k}_p) d\vec{k}_p$$

über ein Energieintervall χ integriert, das groß ist gegenüber der Gesamtbreite Γ_s , jedoch andererseits nur so groß, daß die Resonanznenner in (12) die einzigen merklich Veränderlichen darstellen. Diese Integration ergibt mit $k_p dk_p = - \frac{m}{\hbar^2} dE$ und anschließendem Übergang

$$\Gamma_s/\chi \rightarrow 0$$

$$\sigma(\vec{k}_{ps}) = \frac{(2\pi)^3 m_d k_{ps}}{\hbar^2 k_d r_0} \left\{ \sum_{lm} s_{ls} \chi |\Phi_l^m|_{r_0}^2 + \gamma_{ls} \pi [r_0 \hat{\Phi}_l^m - f_{ls}^+ |\Phi_l^m|_{r_0}^2 - \right. \\ \left. - 2 s_{ls}^2 |\Phi_l^m|_{r_0}^2 + i r_0 s_{ls} (\Phi_l^m \hat{\Phi}_l^{m*} - \Phi_l^{m*} \hat{\Phi}_l^m)_{r_0} \right\}. \quad (14)$$

Für Neutroneneinfang in fest gebundenem Zustand verschwinden alle s_{ls} .

3. Vergleich mit der Matrixformulierung

Statt von der fertigen Ψ -Funktion (1) auszugehen und ihren Randwert an der Kernoberfläche zu benützen, kann man auch von der SCHRÖDINGER-Gleichung für Ψ ausgehen und den Näherungsannahmen über die Wechselwirkung der Deuteronen- und Kernbestandteile innerhalb und außerhalb r_0 durch entsprechende Festsetzung der Wechselwirkungsoperatoren der SCHRÖDINGER-Gleichung Rechnung tragen.

Mit Hilfe der SCHRÖDINGER-Gleichung für Ψ und einer weiteren für die Wellenfunktion des Endkerns ψ_f läßt sich diejenige für die Wellenfunktion der ausgehenden Protonen aufstellen. Diese Wellenfunktion liefert dann den gesuchten Wirkungsquerschnitt [6]. Er ergibt sich als

$$\sigma(\vec{k}_p) = \frac{m m_d k_p}{(2\pi)^2 \hbar^4 k_d} \left| \int d\xi d\vec{r}_p d\vec{r}_n e^{-i\vec{k}_p \cdot \vec{r}_p} \psi_f^*(\xi, \vec{r}_n) (V_{np} + V_{\xi p}) \Psi \right|^2, \quad (15)$$

wenn ein bestimmtes Niveau des Endkerns beteiligt ist. V_{np} und $V_{\xi p}$ sind die Wechselwirkungsoperatoren der betreffenden Nukleonen.

Unter den in Abschnitt 2 gemachten Näherungsannahmen über die Wechselwirkung der Teilchen in der Stripping-Reaktion wird dies zu

$$\sigma(\vec{k}_p) = \frac{m m_d k_p}{(2\pi)^2 \hbar^4 k_d} \left| \int d\xi d\vec{r}_p \int_{r_n > r_0} d\vec{r}_n e^{-i\vec{k}_p \cdot \vec{r}_p} \psi_f^* V_{np} \Psi_0 \right|^2. \quad (16)$$

Bezeichnen wir das betreffende Niveau wieder mit s und setzen

$\Psi_0 = \psi_{s0} w(|\vec{r}_p - \vec{r}_n|) e^{\frac{i k_d}{2} (\vec{r}_p + \vec{r}_n)}$ [6], so wird (16) unter Benützung der SCHRÖDINGER-Gleichung für $w \psi_{s0}$ und bei Beachtung der Definition (2) zu

$$\sigma(\vec{k}_{ps}) = \frac{(2\pi)^3 m_d k_{ps}}{\hbar^2 k_d r_0} \sum_{lm} \gamma_{l0} \pi |r_0 \hat{\Phi}_l^m - f_{ls}^+ |\Phi_l^m|_{r_0}^2|. \quad (17)$$

Dies stimmt abgesehen von γ_{l0} mit (14) überein, wenn das Neutron in einen fest gebundenen Zustand eingefangen wird. Dies und das Auftreten der reduzierten Breite als γ_{l0} mit nichterregtem Anfangskern an Stelle von γ_{ls} rührt davon her, daß die Matrixformulierung durch die Wechselwirkungsvernachlässigung der Deuteronenspaltprodukte direkter betroffen wird als die wellenmechanische Formulierung. Diese ist daher

die natürliche Methode, die Stripping-Reaktionen virtueller Niveaus zu behandeln, wenn man auch der Ψ_0 -Funktion in (16) $\sum_t \Psi_t'$ ausgedrückt

durch (10) anschließen könnte, worauf die Ausdrücke $V_{np} \hat{\phi}_l^m$ und $V_{np} \phi_l^m$ natürlich nicht verschwänden. Die Zwiespältigkeit hat ihre Ursache in der nicht ganz folgerichtigen Annahme, daß für $r_n \geq r_0$ Neutron und Proton nach der Reaktion keine Wechselwirkung aufeinander ausüben, während diese im Deuteron natürlich nicht vernachlässigt werden kann.

Literatur

1. BUTLER, S. T., Proc. Roy. Soc. (London) A **208**, 559 (1951).
2. FRIEDMAN, F. L. and W. TOBOCMAN, Phys. Rev. **92**, 93 (1953).
3. AUSTERN, N., Phys. Rev. **89**, 318 (1953).
4. GERJUOY, E., Phys. Rev. **91**, 645 (1953).
5. TOBOCMAN, W., Phys. Rev. **94**, 1655 (1954).
6. HITTMAIR, O., Z. Physik, im Druck.
7. BLATT, J. M. and V. F. WEISSKOPF, Theoretical Nuclear Physics. New York 1952.

Invariance Requirements and Conservation Laws

By

R. H. Penfield

and

H. Zatzkis

Harpur College, State University
of New York, Endicott, New York

Newark College of Engineering
Newark, New Jersey

(Received August 1, 1955)

Abstract

The fact that invariance requirements lead to conservation laws regardless of whether the field equations are satisfied or not is brought out in this paper using gauge invariant theories as an example. As a consequence of the invariance requirements of the lagrangian formulation, the resulting EULER-LAGRANGE equations do not allow a unique determination of the field variables as functions of their arguments even though boundary and initial conditions are prescribed. It is shown that this lack of uniqueness carries over to the hamiltonian formalism with the result that the hamiltonian itself is not unique. Choosing a particular hamiltonian destroys the covariance and corresponds in electromagnetic theory to the adoption of the familiar gauge condition

$$\vec{\text{div}} \vec{A} - \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0.$$

1. Introduction

It is well known¹ that a theory (field equations) which is covariant with respect to a transformation group containing one or more arbitrary functions does not determine a unique solution for the field variables as functions of their arguments even though the boundary and initial conditions are prescribed; or, as one says, the field equations are not of the CAUCHY-KOWALEWSKI type. The simplest example which represents the type of difficulties met, as a result of such invariance requirements, is the case of gauge invariant theories, in particular the electromagnetic field. It will be the purpose of this paper to point out the difficulties in this simplest case as one proceeds from the lagrangian to the hamiltonian formulation.

¹ P. G. BERGMANN, Non-Linear Field Theories. *Physic. Rev.* **75**, 680 (1949).

2. The lagrangian formulation for a gauge invariant field theory

Let the field variables be denoted by $\Phi_\varrho(x)$ where $\varrho = 1, 2, 3, 4$. It will be assumed that the field equations can be derived from a variational principle of the form

$$I = \int_V L(\Phi_\varrho; \Phi_{\varrho, \sigma}) d^4x, \quad (1)$$

$$\delta I = \int_V L(\Phi'_\varrho; \Phi'_{\varrho, \sigma}) d^4x - \int_V L(\Phi_\varrho; \Phi_{\varrho, \sigma}) d^4x$$

$$\delta I = 0.$$

Notice that the functional form of the lagrangian density $L(\Phi_\varrho; \Phi_{\varrho, \sigma})$ is not assumed to change during the variation and that the independent variables x are also held fixed during the variation. This obviously is not as general a definition of δI as one could formulate but will suffice for our purpose. It is assumed that the infinitesimal variation is arbitrary except that it vanishes on the surface boundaries (three dimensional)

$$\Phi'_\varrho = \Phi_\varrho + \delta\Phi_\varrho \quad (2)$$

where

$$\delta\Phi_\varrho = \delta\Phi_\varrho(\Phi_\sigma) \quad (3)$$

and $\delta\Phi_\varrho = 0$ on the three-dimensional surface boundaries. One can write

$$\delta I = \int_V \delta L d^4x = \int_V L^e \delta\Phi_\varrho d^4x + \int_V \text{complete divergence}.$$

The complete divergence term can be made to vanish by GAUSS' theorem and by using the fact that $\delta\Phi_\varrho = 0$ on the surface. The symbol L^e denotes

$$L^e \equiv \frac{\partial L}{\partial \Phi_\varrho} - \left(\frac{\partial L}{\partial \Phi_{\varrho, \sigma}} \right)_{, \sigma} \equiv \partial^e L - (\partial^{e, \sigma} L)_{, \sigma}, \quad (4)$$

where

$$\partial^e L \equiv \frac{\partial L}{\partial \Phi_\varrho} \quad \text{and} \quad \partial^{e, \sigma} L \equiv \frac{\partial L}{\partial \Phi_{\varrho, \sigma}}.$$

3. The field equations

The field equations are

$$L^e = 0. \quad (5)$$

If we assume that the Lagrangian is quadratic in the first derivatives of the field variables i. e.

² In this paper Greek indexes run from one to four and Latin indexes from one to three.

P. A. M. DIRAC, *Canad. J. Math.* **2**, 129 (1950).

P. A. M. DIRAC, *Canad. J. Math.* **3**, 1 (1951).

$$L = Y^{\mu\tau\nu\sigma}\Phi_{\mu,\tau}\Phi_{\nu,\sigma} \quad \text{where} \quad Y^{\mu\tau\nu\sigma}(\Phi_e) = Y^{\nu\sigma\mu\tau}(\Phi_e) \quad (6)$$

the field equations will have second derivatives as highest order terms

$$L^e \equiv (Y^{\rho\sigma\nu\tau} + Y^{\tau\nu\rho\sigma})\Phi_{\nu,\tau\sigma} + \dots + \dots \quad (7)$$

4. The gauge transformation

A gauge transformation is defined as

$$\Phi'_e = \Phi_e + \psi_{,e} \quad (8)$$

i. e. the addition of an arbitrary gradient $\psi_{,e}$ to the field variables. An infinitesimal gauge transformation is one in which a parameter of smallness ϵ has been absorbed into $\psi_{,e}$ to give

$$\delta\Phi_e \equiv \delta'\Phi_e = \psi_{,e}. \quad (9)$$

The prime as superscript stands for the special case of a gauge transformation.

5. Invariance of Lagrangian

If we wish to consider theories which are gauge invariant (like the Lagrangian of the electromagnetic field), then

$$L(\Phi_e; \Phi_{e,\sigma}) = L(\Phi'_e; \Phi'_{e,\sigma}) \quad (10)$$

or

$$\delta'L = 0$$

therefore,

$$\delta' \int_V L d^4x = \int_V \delta'L d^4x \equiv 0$$

regardless of whether the field equations are satisfied or not. But

$$\begin{aligned} \int_V \delta'L d^4x &\equiv \int_V L^e \delta'\Phi_e d^4x + \int_V (\partial^{\rho,\sigma} L \delta'\Phi_{e,\sigma}) d^4x \\ &0 \equiv \int_V L^e \psi_{,e} d^4x + \int_V (\partial^{\rho,\sigma} L \delta'\Phi_{e,\sigma}) d^4x \\ &0 \equiv - \int_V L^e_{,e} \psi d^4x + \int_V \text{complete divergence}. \end{aligned}$$

If ψ and $\psi_{,e}$ are zero on the boundary and arbitrary in the interior, then by GAUSS' theorem the second integral vanishes. Therefore,

$$\int_V L^e_{,e} \psi d^4x \equiv 0$$

for arbitrary ψ , and consequently

$$L^e_{,e} \equiv 0 \quad (11)$$

if L is gauge invariant. This expression has the form of a conservation law and we can define L^0 as current and charge density even though the field equations are not satisfied, i. e., $L^0 = P^0$. We can see that the conservation law is a direct consequence of the gauge invariance requirement and does not depend on the fact that the field equations are satisfied. In cases where the transformation group contains more than one arbitrary function more conservation laws result: one for each arbitrary function. It can be shown quite generally that covariance requirements with respect to transformation groups involving arbitrary functions are necessary and sufficient to produce conservation laws. Consequently, if a theory has no conservation laws it cannot be covariant with respect to transformation groups involving arbitrary functions. Conversely, if a theory is not covariant with respect to the indicated transformation group, there will be no conservation laws.

Substituting the expressions for L^0 into this identity, the terms containing second derivatives will lead to third derivatives and these must cancel each other

$$(Y^{\varrho\sigma\nu\tau} + Y^{\varrho\tau\nu\sigma})\Phi_{\nu,\tau\sigma\varrho} \equiv 0.$$

It follows that the coefficients $Y^{\varrho\sigma\nu\tau}$ must satisfy the 80 identities

$$Y^{\varrho\sigma\nu\tau} + Y^{\varrho\tau\nu\sigma} + Y^{\tau\varrho\nu\sigma} + Y^{\tau\sigma\nu\varrho} + Y^{\sigma\tau\nu\varrho} + Y^{\sigma\varrho\nu\tau} \equiv 0.$$

In what follows, four of these identities are of special interest, namely those in which $\varrho, \sigma, \tau = 4$

$$Y^{44\nu 4} = Y^{\nu 444} \equiv 0. \quad (12)$$

Now

$$Y^{\mu 4\nu 4} = \frac{1}{2} \partial^{\mu, 4} \partial^{\nu, 4} L, \quad \mu, \nu = 1, 2, 3, 4 \quad (13)$$

therefore, the matrix $Y^{\mu 4\nu 4}$ is a singular matrix having the form

$$Y^{\mu 4\nu 4} = \begin{pmatrix} Y^{14s4} & \cdots & Y^{1444} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y^{44s4} & \cdots & Y^{4444} \end{pmatrix}. \quad (14)$$

6. The momenta and constraint

The "momenta" are introduced by the usual definition

$$p^\mu \equiv \partial^{\mu, 4} L \quad (15)$$

where the determinant

$$|\partial^{\nu, 4} p^\mu| = \partial^{\nu, 4} \partial^{\mu, 4} L = 0.$$

Consequently, the momenta are not algebraically independent of each other and must satisfy an algebraic relationship free of velocities which will be called a "constraint". (Nebenbedingung)

We obtain from eq. (15)

$$p^\mu = 2 Y^{\mu 4\nu\sigma} \Phi_{\nu,\sigma}.$$

Separating derivatives and components one finds

$$\psi^s = 2 Y^{s4\nu n} \Phi_{\nu, n} + 2 Y^{s4r4} \dot{\Phi}_r \quad (16)$$

$$\psi^4 = 2 Y^{44\nu n} \Phi_{\nu, n} \quad (17)$$

This last equation (17) will be called a *constraint*.

Since Y^{s4r4} is a non-singular matrix, it has an unique inverse and one can solve the first three equations for the "velocities" in terms of momenta, i. e.

$$\dot{\Phi}_r = G_{r4s4} \left(\frac{\psi^s}{2} - Y^{s4\nu n} \Phi_{\nu, n} \right) \quad (18)$$

where we have used

$$G_{l4r4} Y^{r4s4} = \delta_l^s.$$

By "velocities" we mean time derivatives of the field variables Φ_e i. e.

$$\frac{\partial \Phi_e}{\partial t} \equiv \Phi_{e, 4} \equiv \dot{\Phi}_e.$$

7. The hamiltonian density

The hamiltonian density is defined as usual:

$$H = -L + \dot{\Phi}_n \psi^n.$$

Separating derivatives with respect to time and space and separating components in the null space, we find

$$H = -Y^{\mu n \nu m} \Phi_{\mu, n} \Phi_{\nu, m} - Y^{r4s4} \dot{\Phi}_r \dot{\Phi}_s + (\psi^s - 2 Y^{s4\nu m} \Phi_{\nu, m}) \dot{\Phi}_s + (\psi^4 - 2 Y^{44\nu m} \Phi_{\nu, m}) \dot{\Phi}_4.$$

Substituting for $\dot{\Phi}$ and using the constraints (17) one obtains finally

$$H = -Y^{\mu n \nu m} \Phi_{\mu, n} \Phi_{\nu, m} - G_{r4s4} \left(\frac{\psi^r}{2} - Y^{r4\nu m} \Phi_{\nu, m} \right) \left(\frac{\psi^s}{2} - Y^{s4\nu n} \Phi_{\nu, n} \right). \quad (19)$$

This Hamiltonian is not uniquely determined as was to be expected. We can add to the above hamiltonian the constraint multiplied by an arbitrary coefficient which is free of velocities. The adoption of a particular coefficient is equivalent to the adoption of a *particular gauge condition*. This can best be seen by setting up the corresponding HAMILTON equations

$$\dot{\Phi}_\mu = \frac{\partial H}{\partial \Psi^\mu}, \quad \dot{\Psi}^\mu = -\partial^\mu H - (\partial^{\mu, n} H)_{, n}.$$

If one examines the component $\dot{\Phi}_4$ we get

$$\dot{\Phi}_4 = K(\Phi_\mu; \Phi_{\mu, m}; \Psi^s) \quad (20)$$

where $K(\Phi_\mu; \Phi_{\mu, m}; \Psi^s)$ is the arbitrary coefficient of the constraint in the Hamiltonian. The equations of motion do not determine the time derivatives of all the field variables as unique functions of the field variables, and consequently, even though the field variables are prescribed at some initial time over a hypersurface, their continuation in

time is not unique, or to say it another way, the field variables are not determined as definite functions of their arguments unless some definite function K is chosen. We see clearly that this lack of uniqueness results from the gauge invariance requirements. In the lagrangian theory the gauge invariance shows up in the vanishing of the determinant of the second order time derivatives in the field equations. In the hamiltonian theory the gauge invariance results in a hamiltonian which is not unique.

8. The particular case of electromagnetism

Since the electromagnetic field is obviously the example that one has in mind when referring to gauge invariant theories, we will work out the formulas derived above for this case. The Lagrangian becomes

$$L = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \text{grad } \Phi \right)^2 - \frac{1}{8\pi} (\text{curl } \vec{A})^2, \quad (21)$$

where

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad } \Phi \quad \text{and} \quad \vec{H} = \text{curl } \vec{A}.$$

The momenta resulting are

$$\vec{P} = \frac{1}{4\pi c} \left(\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \text{grad } \Phi \right), \quad (22)$$

$$P^4 = 0.$$

Consequently, the constraint is simply in this case $P^4 = 0$.

The Hamiltonian becomes

$$H = \frac{1}{8\pi} (\text{curl } \vec{A})^2 + 2\pi c^2 \vec{P}^2 - c \vec{P} \cdot \text{grad } \Phi + K(\Phi; \nabla \Phi; \vec{P}) P^4$$

where

$$P^4 = 0 \quad (23)$$

and K is an arbitrary function.

The hamiltonian equations resulting are

$$\dot{\vec{A}} = 4\pi c^2 \vec{P} - c \text{grad } \Phi, \quad (24)$$

$$\dot{\Phi} = K(\Phi; \nabla \Phi; \vec{P}),$$

$$\dot{\vec{P}} = -\frac{1}{4\pi} \text{curl curl } \vec{A},$$

$$\dot{P}^4 = -c \text{div } \vec{P}.$$

We must require $\text{div } \vec{P} = 0$ so that $\dot{P}^4 = 0$, making the hamiltonian equations a consistent and satisfactory set. We notice that $\dot{\Phi}$ is not given uniquely unless K is chosen. Adopting a given value of K corresponds to choosing a particular gauge condition. Two of the most convenient choices are $K = 0$, if the field equations are satisfied, and $-c \text{div } \vec{A}$ if they are not. The identification of $\vec{E} = -4\pi c \vec{P}$ has been assumed.

Über die Kräfte der reinen Photophorese und der Gravitophotophorese

Von

Hans Rohatschek

I. Physikalisches Institut der Universität Wien

Mit 23 Abbildungen

(Eingelangt am 12. Januar 1956)

Es werden Versuche über die Gravitophotophorese makroskopischer (millimetergroßer) Körper, über die reine Photophorese (Licht-Photophorese) in entgegengesetzt gerichteten Strahlen („symmetrische Oszillationen“) und über komplexe Formen photophoretischer Bewegungen, die auf Licht- und Lotrichtung bezogen sind (Licht-Gravito-Photophorese: „Sattelbahnen“, Lemniskaten, „Querkreise“ u. a.) beschrieben.

Aus diesen und früheren Experimenten wird gefolgert:

1. Die Kräfte der Gravitophotophorese sind körperfest.
 2. Die Kräfte der Lichtphotophorese (Resultanten und Momente) hängen im allgemeinen Fall nicht kugelsymmetrischer Teilchen außer von der Lichtrichtung auch von der Lage des Körpers ab. Viellach kommen die Resultanten körperfesten Kräften nahe.
 3. Die Kräfte der Lichtphotophorese und Gravitophotophorese sind „photophoretische“ Kräfte einheitlicher Entstehung.
 4. Die Kräfte der Gravitophotophorese sind Radiometerkräfte (Analogie zum Spitzenradiometer).
 5. Wegen 3 folgt die radiometrische Natur auch für die Kräfte der Lichtphotophorese. Ihr mechanischer Charakter laut 2 kann plausibel gemacht werden.
- Es werden grundsätzliche Betrachtungen über die Struktur der photophoretischen Bewegungen (Schraubenbahnen) angestellt.

Im folgenden werden Ergebnisse beschrieben, die bei der Untersuchung der Photophorese gröberer Pulver, welche bei vermindertem Druck suspendiert sind, in gegeneinander gerichteten, coaxialen Lichtbündeln erhalten wurden.

Mit diesen Versuchen wurde angestrebt, die Eigenheiten der komplizierten Formen der reinen Photophorese („Licht-Photophorese“ : LPh) von Teilchen der Größenordnung 10^{-4} bis 10^{-2} cm bei Drucken um 5 bis 10 Torr [1] gegenüber der in den Zwanziger- und Dreißigerjahren hauptsächlich untersuchten longitudinalen LPh sehr kleiner Partikeln klarer hervortreten zu lassen, insbesondere Material zur Klärung der

Frage zu verschaffen, inwieweit die Kräfte von der Lichtrichtung, bzw. vom Körper selbst bestimmt werden. Denn unter diesen Bedingungen ist das häufige Auftreten von Bewegungen typisch, bei denen die Kraftrichtung in beliebigem Maß von der Lichtrichtung abweicht (z. B. bei Kreisen um 90°).

Zu erwarten war, daß die Ausbildung der Gravitophotophorese (GPh) [2], welche von REEGER und SCHEU [3] als von der Beleuchtungsrichtung unabhängig erkannt worden ist, durch die doppelte Beleuchtung begünstigt wird.

Versuchsanordnung

Um relative und absolute Konstanz der beiden Strahlen zu gewährleisten, wurden bei der meistens benützten Anordnung (Abb. 1 *a*) als Lichtquellen zwei gleichartige Kinoprojektionslampen (Philips Type 382 G; 15 V, 50 A) gewählt. Ein Ringkern-Regeltransformator („Variac“) gestattete, den Strom beider Lampen gleichzeitig von 0 bis 50 A zu variieren und dadurch eine gemeinsame Änderung der

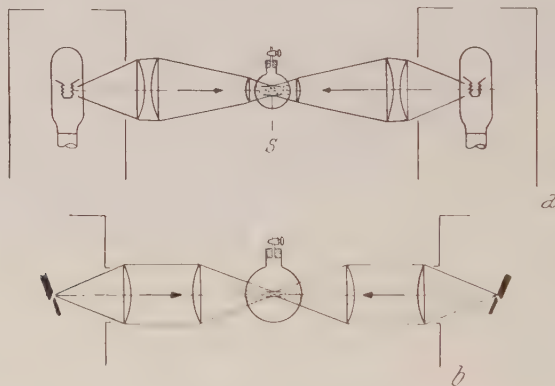


Abb. 1. Anordnungen für Gegenstrahlversuche, *a* mit Kinolampen, *b* mit Bogenlampen. *S* Symmetriequerschnitt der Anordnung

Strahlintensitäten zu erzielen. Einseitige Änderung konnte durch Einschieben von Glasplatten oder Farbfiltren erreicht werden. Die optischen Systeme waren für beide Strahlen gleich. Das von einer Lampe ausgehende Licht wurde durch einen Doppelkondensor (12 cm Öffnung) schwach konvergent gemacht und, durch eine Linse geringerer Öffnung (4 cm, Brennweite 8 cm) stärker gebündelt, in das Versuchsgefäß geworfen.

Vor allem die sphärische Aberration der Linsen, die man wegen der Notwendigkeit, weite Strahlenbündel der Lampen einzufangen, in Kauf nehmen muß, gestattet nicht, einen Strahlengang herzustellen, in dem an jeder Stelle eines größeren Raumteiles die von den beiden Gegenstrahlen herrührende Beleuchtungsstärke genau gleich ist. Auf

jeden Fall läßt sich aber praktisch gleich starke Beleuchtung von beiden Seiten in der Symmetrieebene der aus den Endlinsen austretenden Lichtbündel erreichen. Normalerweise wurden die in der Richtung der Achse gegeneinander verschiebbaren Strahlsysteme in Zwischenstellungen der Lagen, bei welcher die von den Zentralstrahlen entworfenen Bilder der Lichtquellen zusammenfallen, bzw. die von den Randstrahlen gebildeten Kegelmäntel sich decken, zueinander gelagert.

Bei einer zweiten Anordnung (Abb. 1 b), die, bei Verzicht auf längere Zeit hindurch konstante Bedingungen, maximale Bestrahlungsintensität gewährleistete, wurden starke Bogenlampen (um 20 A) benützt. Eine andere Führung des Strahls durch zwei Paare von Plankonvexlinsen ermöglichte die Verwendung eines größeren Versuchskolbens (12 cm Durchmesser).

Als Versuchssubstanz diente hauptsächlich Graphitpulver. Um photophoretische Bewegungen an so großen Teilchen zu erhalten, daß sich ihre Gestalt selbst mit freiem Auge, zumindest im Mikroskop, erkennen läßt, kann man andere leichte und nach Möglichkeit dunkle Stoffe wählen, z. B. Zigarettenasche oder Teilchen von verkohlten und zerriebenen Stoffen organischer Herkunft (Sonnenblumenmark, Filz u. a.). Von schwarzem Papier abgeschabte Fasern, fein zerschnittene Flaumfedern, die unter Bovistsporen befindlichen Fäden u. dergl. haben sich als die größten Probekörper bewährt, die bei intensiver Beleuchtung schwebend erhalten werden konnten. Die Substanz befindet sich in einem luftdicht verschlossenen, auf einige Torr evakuierten Glaskolben, den man nach Aufschütteln in die Mitte des Strahlenganges stellt. Die Beobachtung erfolgt mit freiem Auge, Lupe oder Mikroskop.

Gravitophotophorese

Die GPh von Pulvern ist in Gegenstrahlen deutlich ausgeprägt, selbst bei stark reflektierenden wie Ag, Cu u. dergl., deren LPh sehr schwach ist. Sie tritt auch hier in den bekannten Formen [2] zutage: Im Bereich des oberen Strahlrandes schwebende Teilchen, die gleichzeitig um vertikale, oft merklich außerhalb der Körper liegende Achsen rotieren (horizontale Kreise, vgl. [2]: Fig. 9). — Größere Kreisbahnen mit punktierter oder gewendelter Feinstruktur (vgl. [2]: Fig. 5, 8) in verschiedenen Strahlniveaus. Während des Umlaufs vollführt das Teilchen rasche Rotationen um eine Achse, deren exzentrische Lage wie vorhin oft deutlich zu sehen ist, so daß, je nach der Stellung der Rotationsachse zur Tangente der großen Bahn, wendel- oder epizykelartige Bahnen entstehen. Durchmesser dieser „horizontalen Kreiswendelbahnen“ von über 1/2 cm sind nicht selten. Weniger häufig werden folgende Formen der GPh beobachtet: Teilchen, die dicht am unteren Strahlrand rasch horizontal kreisen, von Zeit zu Zeit in einer trichterförmig erweiterten Schraube mehrere Millimeter hochspringen und wieder in die Kreisbahn zurückfallen („Springer“), und vertikale Oszillationen, auch mitten im Strahl, mit Frequenzen der Größenordnung 10/sec.

Mit Hilfe der Gegenstrahlanordnung gelang es, Teilchen mit Dimensionen um 0,1 mm, faserförmige mit Längen um 1 mm schwebend zu erhalten. Gewöhnlich rotieren sie mit Umdrehungszahlen von 20 bis 30/sec um vertikale Achsen und entsprechen in ihrem Verhalten völlig den oben besprochenen horizontalen Kreisen. Stroboskopische Beobachtung durch eine Lupe oder ein Mikroskop gestattete, den Bewegungsablauf genau zu verfolgen (Abb. 2 bis 5).

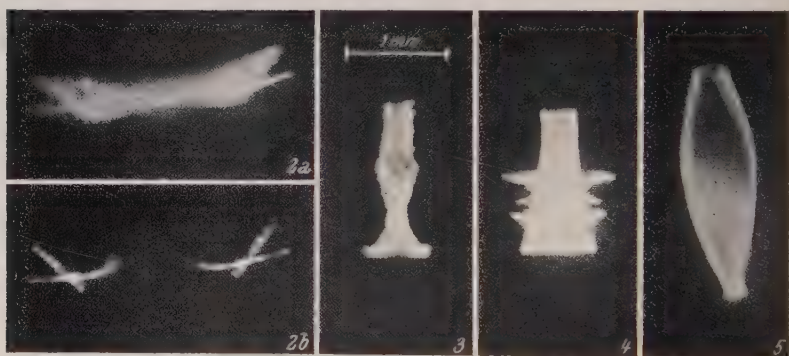


Abb. 2 bis 5. Kreisbewegungen um vertikale Achsen von millimetergroßen Teilchen (2, 4, 5 Federnschnitzel, 3 Papierfaser). Bogenlampengegenstrahl; Drucke um 3 Torr; Belichtungszeit bei 3 bis 5: 1/25 sec. Abb. 2: 6 Umläufe/sec. 2 b (stroboskopisch) zeigt das Teilchen in zwei diametralen Lagen. — Abb. 4: 27,5 Umläufe/sec. — Bezüglich der Neigung der Achsen aus der Vertikalen (bei 2 und 5), die nicht vollkommene Unabhängigkeit von der Lichtrichtung anzeigt, vgl. Abb. 13 bis 17

Es handelte sich dabei um leichte, dunkle Teilchen unregelmäßiger Gestalt, die in Luft bei etwa 5 bis 8 Torr suspendiert waren. Niedrigerer Druck scheint die Effekte zu begünstigen¹, doch fallen die Teilchen dann schon zu schnell oder es werden die Bewegungen so lebhaft, daß in den Strahl gelangende Teilchen meist wieder herausfliegen, ehe sie eine stationäre Bewegung erreichen.

Wenn ein Teilchen an einem festen Ort rotiert, so muß natürlich die mittlere gravitophotophoretische Kraft Φ , die das Gewicht Ω aufhebt, vertikal aufwärts weisen; in diese Richtung fällt auch die Rotationsachse (Abb. 7 a). Bei Erhöhung der Lichtintensität kommt es nun oft vor, daß sich das Teilchen seitlich verschiebt, hin- und herschwankt oder eine Umlaufsbewegung (entsprechend den oben genannten Kreiswendeln) beschreibt (Abb. 6). Dabei neigt es immer seine Rotationsachse in die Bewegungsrichtung. Da jetzt außer dem Gewicht ein zusätzlicher Luftwiderstand $\mathfrak{B}$ zu überwinden ist, zeigt sich, zumindest qualitativ, daß die mittlere gravitophotophoretische Kraft in der Richtung der Rotationsachse geblieben ist (Abb. 7 b). In einem gün-

¹ Nach allen bisherigen Erfahrungen wird man erwarten, daß das Optimum eintritt, wenn die mittlere freie Weglänge der Gasmolekeln den Teilchendimensionen entspricht, also von der Größenordnung 0,01 cm und mehr ist (1 Torr und darunter).

stigen Fall konnte ein Teilchen, das zuerst mit vertikaler Rotationsachse geschwebt hatte, so beeinflußt werden, daß es etwas tiefer im Strahl außer seiner Rotation noch eine Kreisbewegung ausführte (Kreiselbewegung); das frühere Kopfende der Rotationsachse sah nun aufwärts, vorwärts in der Umlaufsrichtung und einwärts am großen Kreis, ent-

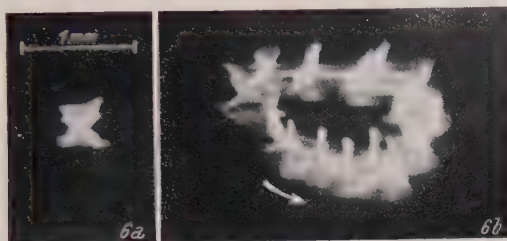


Abb. 6. Eine Papierfaser, die im Kinolampengegenstrahl zunächst an Ort um eine vertikale Achse kreist (a), beschreibt nach Erhöhung der Lichtintensität zusätzlich eine Umlaufbewegung: Kreiselbewegung (b). — Aufnahmen von E. DESOYER

sprechend den angreifenden Kräften: Gewicht, Reibungswiderstand und Zentrifugalkraft (schematisch dargestellt in Abb. 7 c). Eine rohe quantitative Abschätzung der zugehörigen Winkel ergab dazu passende Werte. Stroboskopische Beobachtung zeigte, daß die Eigenrotation anscheinend um etwa dieselbe Achse wie zuvor erfolgte. Aus diesen Beobachtungen geht also hervor, daß das System der gravitophotophoretischen Kräfte mit dem Körper fest verbunden ist!

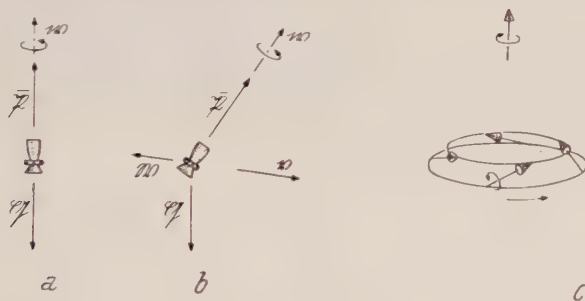


Abb. 7. Kräfte bei der Gravitophotophorese. Teilchen rotiert (a) ohne, (b) mit mittlerer geradliniger Verschiebung. a: $\vec{p} = -\vec{Q}$. b: $\vec{p} = -(\vec{Q} + \vec{W})$. c, oben: Rotation um vertikale Achse (wie 7 a); unten: Kreiselbewegung (vgl. Abb. 6), $\vec{p} = -(\vec{Q} \cdot \vec{W} \cdot m \vec{b}_n)$

Es fällt aber auch Licht auf die physikalische Natur dieser Kräfte: Zahlreiche der faserigen Probekörper, die sich rotierend in Schwebe halten, sind von sensenähnlicher Gestalt, sie besitzen einen annähernd geraden Schaft und einen davon wegweisenden, hakenförmig gekrümmten Arm (Abb. 8). Ausnahmslos bewegen sich diese Körper so, daß der Schaft nach oben, das Häkchen in die Umdrehungsrichtung zeigt. Das

sind aber gerade die Richtungen jener Kräfte, die einerseits das Gewicht aufheben, andererseits die Rotation gegen die Luftreibung antreiben.

Daß die Richtungen von Spitzen der Körper Richtungen von Kräften sind, ist ein Beweis für deren radiometrische Natur, denn hierin besteht vollkommene Analogie zum HETTNERschen Spitzenradiometer [4]. Die Ursache hat man in einem Temperaturabfall vom Innenteil der Partikeln gegen die stärker gekühlten Spitzen zu suchen. Der Größe der Körper nach ist ebenfalls ein Anschluß an makroskopische Radiometer (z. B. Fadenradiometer) erreicht.

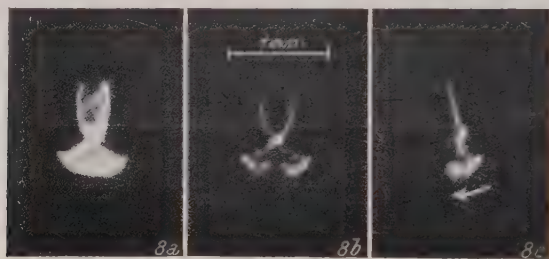


Abb. 8. Papierfaser, Bogenlampen-Gegenstrahl, etwa 6 Torr; Belichtung: a: 1/25 sec, b, c stroboskopische Aufnahmen. — Das Teilchen (c) beschreibt eine Rotationsfigur mit vertikaler Achse (a), seine Lage beim Umlauf zeigt b. Der spitz auslaufende Schaft der Faser weist nach oben, das Häkchen am unteren Ende in die Drehrichtung (Effekt des Spitzenradiometers)

Die Untersuchungen an den „Millimeter-Teilchen“ führen also zu dem Resultat, daß die gravitophotophoretischen Kräfte in diesem Fall *körperfeste Radiometerkräfte* sind; der einheitliche Charakter der GPh gestattet ohne weiteres die Verallgemeinerung dieses Schlusses auf die GPh überhaupt. Auch wenn Partikeln gerade keine Spitzen oder scharfen Kanten haben, so läßt doch allgemein unregelmäßige Gestalt mit ausgeprägten Asymmetrien Radiometerkräfte dieser Art erwarten.

Lichtphotophorese

In den vom Symmetriequerschnitt weiter entfernten Zonen des Gegenstrahlsystems, wo die Beleuchtung aus einer Richtung dominiert, sind die Bewegungsformen der LPh im wesentlichen dieselben wie in einfachen Strahlen, nur ist die Orientierung nach der Lichttrichtung vielfach stark gestört. Man findet annähernd parallel zur Strahlenachse verlaufende Schraubenbewegungen; viele Bewegungen, vor allem die langsameren, spielen sich in Form eines Herumvagabundierens auf verschörkelten Bahnen ab. An manchen Stellen beschreiben Teilchen einige Windungen einer Kreis- oder Doppelwendelbahn und laufen wieder weiter.

Stabile Kreis- und Kreiswendelbahnen sind häufig, die Ebenen letzterer weichen oft beträchtlich von der Strahlnormalen ab. Dabei herrschen ähnliche Verhältnisse wie bei einem Versuch von SCHEU und DESOYER [5], bei dem auf Kreise im einfachen Strahl entgegengesetzte

Beleuchtung angewendet wurde. Weiters kommen Oszillationen entlang der Lichtrichtung in der Gestalt periodischer Schraubenbewegungen mit millimeterlangen Amplituden vor (Abb. 10/1; vgl. [1]: Abb. 30, 6]: Fig. 7). Gelingt es, die Teilchen durch die Fokalzone zu führen, so nehmen sie an der gegenüberliegenden Stelle eine gleichartige Kreis-, bzw. Oszillationsbewegung mit demselben Umlaufssinn (vom Symmetriequerschnitt aus gesehen) auf. Ein allgemeines Kennzeichen der stationären Bewegungen in Gegenstrahlen ist die hohe Empfindlichkeit der Lage, der Bahnform und der Perioden gegenüber geringen Änderungen eines der beiden Strahlen, leicht werden sie zerstört.

An der Photophorese, die sich im innersten Bereich des Gegenstrahlbündels — also dort, wo die Beleuchtung aus beiden Richtungen genau oder annähernd gleich stark ist — abspielt, fällt zunächst auf, daß Geschwindigkeiten und Umdrehungszahlen von derselben Größenordnung wie bei einseitiger Beleuchtung auftreten können; die photophoretischen Kräfte (Resultanten wie Momente) sind also durchaus nicht kompensiert! Viele Teilchen führen lebhaft, aber ganz ungeordnete Bewegungen, also „unregelmäßige Photophorese“ aus (Abb. 20, *U*), andere laufen annähernd senkrecht zur Strahlachse auf asymmetrischen Kurven um (Abb. 20, *H*) u. dergl., überraschenderweise gibt es aber auch sehr regelmäßige, systematisch auf die Lichtrichtung bezogene Bewegungen — also richtige LPh —, die nun ausführlicher beschrieben seien.

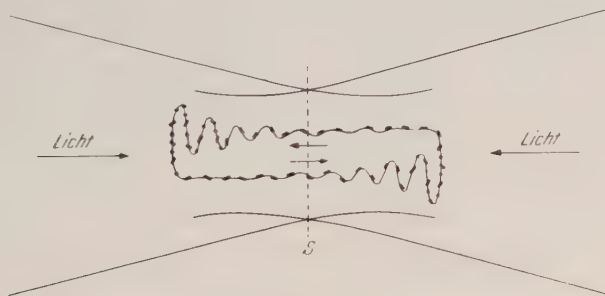


Abb. 9. Schema einer symmetrischen Oszillationsbewegung im Gegenstrahl. *S* Symmetriequerschnitt des Strahlensystems

Mit derselben Häufigkeit, wie bei einfachem Strahl Kreise auftreten, erscheinen Teilchen, welche Oszillationsbewegungen in der Richtung der optischen Achse ausführen, wobei sie die Symmetrieebene des Strahlensystems durchqueren. Der Bewegungsablauf ist in jedem Fall auf dem Hin- und Herweg der gleiche, das heißt symmetrisch bezüglich der beiden Strahlen (aber nicht spiegelsymmetrisch bezüglich des Symmetriequerschnitts des Systems) (Abb. 9). Sie sollen daher „symmetrische Oszillationen“ genannt werden (Abb. 10 bis 12). Die Bahnformen zeigen große Mannigfaltigkeit. Manche Teilchen bewegen

sich in gleichförmigen Schraubengängen (z. B. Abb. 10/2, einige der quer durch Abb. 11 laufenden Spuren), andere zeigen einen Wechsel der Bewegungsform, z. B. veränderlichen Windungsdurchmesser und

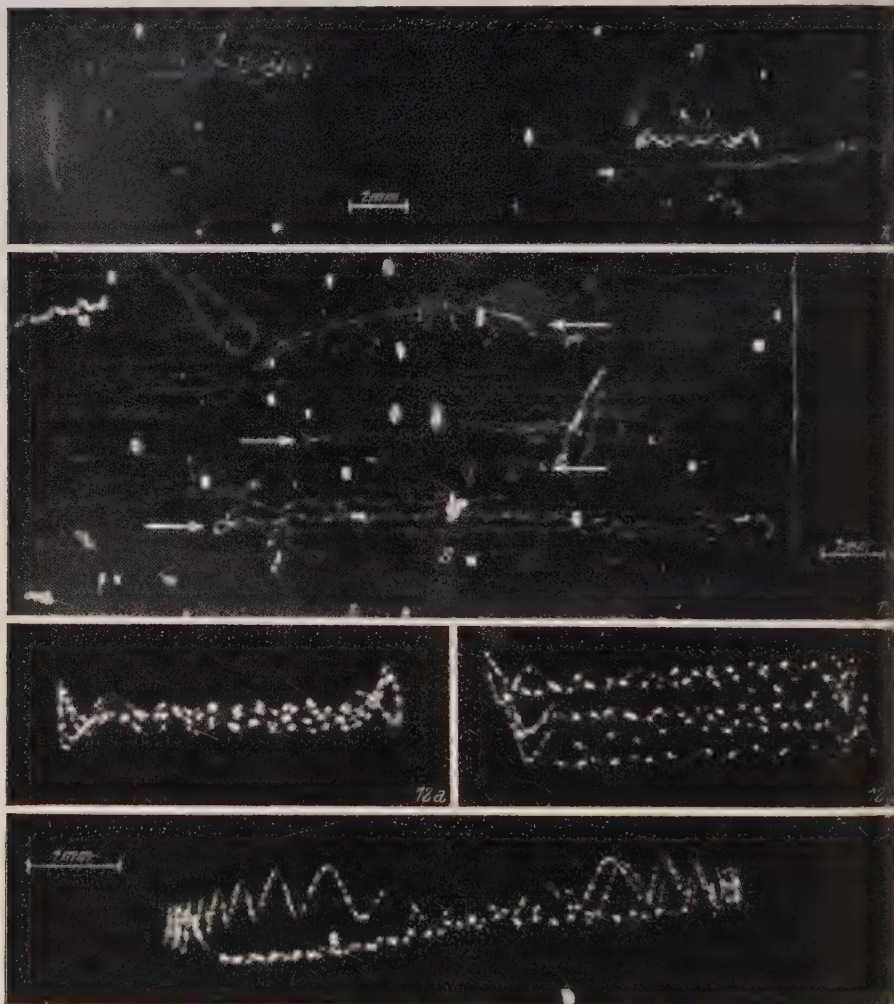


Abb. 10 bis 12. Symmetrische Oszillationen von Graphitteilchen. Kinolampen-Gegenstrahl (Symmetriequerschnitt bei S); Argon, 8 Torr. — Abb. 10: Gewöhnliche Oszillationsbewegung 1 in einem Gebiet ungleich starker Beleuchtung aus beiden Richtungen, um S mehrere symmetrische Oszillationen (z. B. 2). Belichtung 1/5 sec. — Abb. 11. Große Zahl symmetrischer Oszillationen um S. Die vier mit Pfeilen bezeichneten sind mit mehreren vollen Perioden aufgenommen. Belichtung etwa 1/5 sec. — Abb. 12. Details einer symmetrischen Oszillation. Belichtung 1/25 sec. a, b wurden bei gleicher Strahleneinstellung aufgenommen (Oszillationsfrequenz etwa 13/sec), c nach einer Verstellung der beiden Strahlenbündel in Richtung der optischen Achse, welche Änderung der Bahnform und eine Verminderung der Frequenz nach sich zog. Der gleichartige Bewegungsablauf nach beiden Richtungen läßt sich am besten aus b (wo sich die Spuren infolge einer Schenkung in vertikaler Richtung nicht so stark überdecken) und c ansehen

Übergänge zwischen einfacher Schraubung (bei sehr kleinen Teilchen an der Punktierung einer scheinbar geradlinigen Bahn erkennbar) und Doppelwendelbewegung (Abb. 11, unterste Bahn mit Pfeil; Abb. 12). Die Schraubengänge haben immer auf beiden Wegen den gleichen Sinn einer Rechts- oder Linksschraube¹. Die Amplituden der symmetrischen Oszillationen reichen von einigen Millimetern bis zu mehr als 5 cm, die Frequenzen sind von den Größenordnungen 10 und 1/sec.

Meistens treten mehrere symmetrische Oszillationen gleichzeitig auf. Je nach der Genauigkeit der Justierung der beiden Gegenstrahlen stellt man fest, daß sich die Halbierungspunkte der Oszillationsstrecken um eine Normalebene oder eine etwas schiefe Fläche gruppieren, die an der Stelle des Symmetriequerschnitts liegt (Abb. 11). Am besten erhält man symmetrische Oszillationen, wenn, wie bei der Beschreibung der Anordnung erwähnt, die von den Zentralstrahlen entworfenen Bilder der Lichtquellen jenseits der Symmetrieebene, von der betreffenden Lichtquelle aus gesehen, liegen. Während man sie durch Verschieben der optischen Systeme miteinander zur Deckung bringt, gehen viele Oszillationen verloren, bei den übrigbleibenden vermindert sich die Frequenz auf rund 1 sec. Liegen die Bilder diesesseits des Symmetriequerschnitts, so finden sich symmetrische Oszillationen nur mehr ausnahmsweise; sie haben dann maximale Amplituden und Perioden.

Die symmetrischen Oszillationen sind keineswegs anomale, von den gewöhnlichen Erscheinungen der LPh isolierte Vorgänge, sie stehen vielmehr in enger Beziehung zu den Schrauben- und Kreisbewegungen im einfachen Strahl und werden daher für deren Verständnis von Bedeutung sein. So kann man mitunter ein Teilchen, das außerhalb der Fokalzone einen Kreis beschreibt, durch eine geringe Störung (z. B. indem man den einen Strahl etwas ausblendet) zum Verlassen dieser Bahn bringen, worauf es rasch durch den Symmetriequerschnitt läuft und an der gegenüberliegenden Stelle wieder eine stabile Kreisbahn einnimmt, an der dasselbe wiederholt werden kann. Durch Verstellen der Strahlensysteme kann man es dann oft erreichen, daß das Teilchen eine symmetrische Oszillation aufnimmt, wobei das Wenden in der Form einiger der früheren Kreisbewegung ähnlicher Umläufe erfolgt. Andererseits läßt sich an manchen Oszillationen beobachten, daß der Körper beim Umkehren zögert und einige Kreisumläufe ausführt. Bei vielen symmetrischen Oszillationen ist es geglückt, sie durch Strahlverstellung in Kreisbahnen in der Nähe der Wendepunkte überzuführen.

Schwächt man einen der Strahlen, so verschieben sich beide Endpunkte der symmetrischen Oszillationen von dessen Lichtquelle weg, die Symmetrie der Bahnfigur wird meistens gestört; schwächt man

¹ Im Gegensatz dazu bleibt bei den vorhin erwähnten Oszillationen im einfachen Strahl und den ihnen entsprechenden, außerhalb des Symmetriequerschnitts liegenden, im Gegenstrahl der Umlaufsinn bezüglich der Lichtrichtung gleich, es erfolgt also der eine Weg auf einer Rechts-, der andere auf einer Linksschraube.

beide gleichmäßig, so vermindert sich im allgemeinen die Frequenz, weiters nimmt die Amplitude ab, bis das Teilchen in der Nähe des einen Wendepunktes eine enge Kreisbahn einschlägt oder den Strahl verläßt.

An den symmetrischen Oszillationen ist interessant, daß sie systematisch entlang der Lichtrichtung verlaufen, aber weder lichtpositive, noch lichtnegative Bewegungen darstellen. Ist in der einen Strahlhälfte die Beleuchtung aus der einen Richtung stärker, so ist es in der anderen umgekehrt, trotzdem wird der Körper durch entgegengesetzte Lichtverteilungen kontinuierlich weiterbewegt. Die Stelle der gleichstarken Beleuchtung aus beiden Richtungen tritt in der Bahn keineswegs als ausgezeichnet hervor. Die symmetrischen Oszillationen stellen also mit bestimmtem Richtungssinn ablaufende Bewegungen unter äußeren Bedingungen, die wohl eine Richtung, aber keinen Richtungssinn auszeichnen, dar.

Unter den ungewöhnlichen Bedingungen der Gegenbeleuchtung, speziell an den symmetrischen Oszillationen, treten grundlegende Züge der lichtphotophoretischen Kräfte besonders deutlich hervor, die nun diskutiert seien:

Die Eigenschaften der schraubenförmigen Bewegungen, wie sie bei den verschiedenen Formen der Photophorese, speziell der LPh im einfachen oder Gegenstrahl, auftreten, zeigen, daß es vom Körper selbst wesentlich abhängt, wohin die Kraft weist. Unter bestimmten äußeren Bedingungen, insbesondere an einer Stelle des Strahls, sind alle Richtungen im Raum mit dem gleichen Winkel zur Lichtrichtung (oder sonstigen Bezugsrichtung) gleichberechtigt. Die geschlossenen Kreise scheinen dem zu widersprechen und eine Analogie zu Fällen anzudeuten, in denen jedem Raumpunkt eine Krafrichtung entspricht, also ein Kraftfeld, in diesem Fall etwa von der Art des magnetischen um einen Stromleiter, existiert. In Wirklichkeit ist aber der konstante Umlauf an bestimmten Orten im Lichtbündel das Ergebnis einer Stabilisierung der Bahn, die in dem Strahl, der Inhomogenitäten in transversalen Richtungen aufweist, mit intensitätsabhängiger, wechselnder Krümmung verläuft. (Vergleichsweise sei die Bahnstabilisierung in Teilchenbeschleunigern, wie z. B. im Betatron, erwähnt.) Daß die äußeren Bedingungen die azimuthale Lage der Kraft gar nicht festlegen, sieht man an Kreisen, die nach bestimmten Richtungen nicht stabilisiert sind (z. B. im vertikalen Lichtkegel, wo vollkommene Rotationssymmetrie besteht, in den Richtungen nach Orten, zu denen man durch Drehung um die Strahlachse gelangt): Führt man kreisende Teilchen aus solchen stationär beschriebenen Bahnen, so vollführen sie daneben Umläufe, bei denen sie die alte Bahn unter beliebigen Winkeln schneiden können. Bei Hypozykeln (vgl. [1]: Abb. 28) und ähnlichen Bahnen gibt es solche Schnittstellen, an denen natürlich die Kraft verschiedene Richtungen hat, auch während des stationären Umlaufs auf derselben Bahn.

Erweist sich somit die zur Lichtrichtung azimuthale Lage der photophoretischen Kraft als vollkommen frei und erst durch den Körper be-

stimmt, so gilt etwas Ähnliches auch für den Polarwinkel: Auf die lokale Lichtrichtung (und, wie gezeigt, nur auf diese und nicht auf das Lichtbündel als ganzes) besteht zwar ein Bezug, die Lage der Kraft zur Lichtrichtung erweist sich aber wieder als nicht eindeutig durch die äußeren Bedingungen und erst durch den Körper selbst völlig bestimmt. Dies geht schon aus den gewöhnlichen Oszillationsbewegungen hervor, wobei sich Teilchen in einem fokussierten Lichtkegel zwischen festen Grenzen hin- und herbewegen. Mit den allmählichen Übergängen zwischen lichtpositiver und -negativer Bewegung, die man früher an der LPh sehr kleiner Partikeln (z. B. von Se) festgestellt und wohl zutreffend als Folge einer Umwandlung der Substanz gedeutet hat, haben diese Richtungswechsel nichts gemein, denn man kann nicht annehmen, daß sich Eigenschaften des Teilchens in so rascher Folge periodisch ändern, daß es abwechselnd lichtpositiv und -negativ wird. Vollkommen klar wird dies aber durch die symmetrischen Oszillationen in Gegenstrahlen: Durch die äußeren Bedingungen ist dabei, am Symmetriequerschnitt zumindest, gar kein Richtungssinn ausgezeichnet, daher kann eine Änderung des Teilchens oder seines physikalischen Zustandes (Ladung etc.) gar nicht die Ursache dafür sein, daß es an dieser Stelle einmal nach links und einmal nach rechts bewegt wird, dies kann vielmehr nur vom kinematischen Zustand des Körpers abhängen.

Äußerliche Ähnlichkeit könnte zur Vermutung einer Analogie mit den Schrauben geladener Körper im Magnetfeld verleiten; dort wird die (stets zentripetale) Kraft durch die Geschwindigkeit des Körpers bestimmt. Sicherlich kommt jedoch bei der Photophorese eine wesentliche Abhängigkeit von der Geschwindigkeit nicht in Frage. Dagegen zeigt die vielfach festgestellte Verknüpfung einer bestimmten Bahnform mit einer bestimmten Lichtknotenstruktur, in der sich *Lage* und *Rotation* des Teilchens ausdrücken ([3], [5]; s. z. B. auch Abb. 11 b), daß diese Parameter, zumindest der erstere, wesentlich die photophoretische Kraft mitbestimmen. Die enge Verwandtschaft aller Formen der Photophorese läßt dies ja vermuten; bei der GPh (s. oben) und Magneto-Ph. [7] ist die Lage des Körpers praktisch allein für die Kraft maßgebend. Mit körperfesten Kräften wie in diesen Fällen darf man bei der LPh allerdings nicht rechnen.

Man gelangt damit zu folgenden Vorstellungen über das Entstehen der *Schraubenbahnen der LPh*: Die Lage des Körpers zum Licht (eventuell auch die Rotation) bestimmt das photophoretische Kraftsystem (Resultante und Drehmoment). Der Bezug auf die Lichtrichtung kommt auf dem Weg über die Lage zustande, indem sich der einzige oder einer von mehreren stabilen aus der Mannigfaltigkeit der kinematischen Zustände, z. B. durch eine bestimmte Lage der Drehachse am Körper und deren Lage zur Lichtrichtung gekennzeichnet, einspielt. Die Schrauben- und Doppelwendelbahnen als Kurven, die in sich verschiebbar sind, bzw. nach Verschiebung um eine Periode der feinen Wendelung mit sich zur Deckung kommen, sind der unmittelbare Ausdruck solcher stabiler Zustände: In einem streng stationären Fall bleibt

die Orientierung des Körpers zur Lichtrichtung konstant, er kann sich aber um sie drehen; relativ zu dem aus fester Richtung beleuchteten Körper bleibt das Kraftsystem fest, das der Lichtrichtung parallele konstante Drehmoment und die zu ihr einen festen Winkel bildende Resultante bewirken eine Schraubung um die Lichtrichtung mit konstanter Geschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit¹. Erfolgt die stabile Drehung aber um schief zum Licht stehende Achsen, so kehrt die gleiche Situation mit jeder Drehung wieder; die Bahnkurve muß die Gestalt einer Schraube (das ist die allgemeinste in sich verschiebbare Kurve) mit der Lichtrichtung als Achse, der eine Periodizität überlagert ist, haben. Diese mit der Rotation des Körpers verbundene Periodizität braucht aber wegen der relativ zu ihm wechselnden Beleuchtungsrichtung keine genaue Kreisbewegung zu sein; die Drehachse kann gegen den Körper mit der Periode der Rotation schwanken.

Es kann der Fall sein, daß ein Teilchen bei einer bestimmten Bestrahlungsstärke nur einen einzigen stabilen Rotationszustand besitzt, aber die mögliche Existenz von mindestens zweien, denen verschiedene Winkel zwischen der über die Eigenrotation gemittelten Kraft und der Lichtrichtung, z. B. ein spitzer und ein stumpfer, entsprechen, wird durch die Oszillationen in einfachen Strahlen bewiesen. In diesen Fällen gehen sie regelmäßig ineinander über, indem bei bestimmten Bestrahlungsstärken, in die das Teilchen während seiner Bewegung entlang des fokussierten Lichtkegels gerät, einmal der eine, dann der andere Zustand instabil wird.

Die photophoretische Kraft ist in den meisten der hier betrachteten Fälle sehr eng mit dem Teilchen selbst und nur mehr wenig mit der Lichtrichtung verbunden (im Gegensatz zur longitudinalen LPh von Kügelchen, wo die Kraft immer der Lichtrichtung parallel ist). Das sieht man eben an den abwechselnd positiven und negativen Bewegungen bei den gewöhnlichen Oszillationen sehr deutlich. Bewegungen in entgegengesetzten Richtungen müssen ungefähr verkehrte Einstellungen des Teilchens zum Licht entsprechen. Um körperfeste Kraftsysteme wie z. B. bei der Magnetophotophorese kann es sich aber hier nicht handeln, weil dann kein Bezug der Bewegungen auf die Lichtrichtung zustande kommen könnte. Im Fall der MPh [7] bewirkt den Bezug auf die Feldrichtung die Überlagerung eines körperfesten photo-

¹ Die von THIBAUD et al. [8] vertretene Auffassung der Schrauben als Folge von Oszillationen des Teilchens um seine Hauptträgheitsachsen unter dem Einfluß mit der Stellung wechselnder Kräfte kann schon wegen der hohen Reibungsdämpfung nicht richtig sein. Speziell unter Versuchsbedingungen, wie sie diese Schule einhielt [9], fallen Massenkräfte gegenüber den Flächenkräften der Photophorese und der Reibung überhaupt nicht ins Gewicht. (Erst bei den Doppelwendelbewegungen größerer Materie dürften, wenn auch in anderer Weise, Trägheitswirkungen eine Rolle spielen.) Die vermuteten Sinus-Bewegungen wurden niemals beobachtet, die vermeintlichen Bahnen mit Lemniskatenquerschnitt [9] beruhen offenbar auf einer Fehldeutung der Lichtknotenstruktur gewöhnlicher Schraubungen und haben mit den hier beschriebenen (Abb. 20) nichts zu tun.

phoretischen Drehmomentes mit einem Richtmoment des Feldes; das gesamte, aus diesen beiden Anteilen gebildete antreibende Moment variiert daher mit der Stellung des Teilchens zum Feld und dies führt zu einer stabilen Einstellung. Hier bei der LPh wird das antreibende Drehmoment nur durch das photophoretische gebildet. Damit ein Bezug auf die Lichtrichtung auftritt, muß dieses mit der Lage des Teilchens zum Licht variieren. (Richtende Momente durch den Strahlungsdruck kommen größenordnungsmäßig nicht in Frage.)

Über die Art dieser Abhängigkeit der photophoretischen Momente von der Lage des Teilchens, bzw. von der Lichtrichtung in einem körperfesten Koordinatensystem, läßt sich aus den symmetrischen Oszillationen in Gegenstrahlen und überhaupt jenen Teilchen, die entlang der Strahlenachse durch den Symmetriequerschnitt laufen, schließen, daß bei gleichstarker Beleuchtung aus entgegengesetzten Richtungen die Variabilität der Momente nicht verschwindet, sonst wäre der Bezug dieser Bewegungen auf die Lichtrichtung — wenn auch kein Richtungssinn mehr ausgezeichnet ist — nicht möglich. Denkt man sich die Funktion, welche die Abhängigkeit des photophoretischen Drehmomentes $\mathfrak{D}$ von der Lage des Lichtrichtungsvektors $\mathbf{l}$ im körperfesten Koordinatensystem für eine bestimmte Bestrahlungsstärke angibt — es sei vorläufig angenommen, daß allein die Lage $\mathfrak{D}$ bestimmt —, nach Potenzen von $\mathbf{l}$ entwickelt, so stellt sie sich als Summe eines körperfesten Anteils $\mathfrak{M}$ und einer Anzahl von Termen dar, in denen die Komponenten von $\mathbf{l}$ in der ersten, zweiten, dritten usw. Potenz auftreten:

$$D^n = M^n + \Phi_i^n l_i + X_{ij}^n l_i l_j + \Psi_{ijk}^n l_i l_j l_k + \dots, \quad n = 1, 2, 3.$$

Setzt man unabhängige Superposition bei Beleuchtung aus zwei Richtungen voraus, so werden bei gleichstarker Gegenbeleuchtung ($\mathbf{l}, -\mathbf{l}$) sich alle Terme aufheben, die die Komponenten von $\mathbf{l}$ in ungerader Potenz enthalten (abhängig von Richtung + Richtungssinn des Lichtes), die übrigen (körperfest oder abhängig von der Richtung allein) sich verdoppeln. Da ein körperfestes Moment allein keinen Bezug auf die Lichtrichtung ergäbe, müssen die betreffenden Funktionen im allgemeinen Terme enthalten, die in gerader Potenz von der Lichtrichtung relativ zum Körper abhängen.

Licht-Gravito-Photophorese.

Zusammenhänge zwischen Lichtphotophorese und Gravitophotophorese

Zum ersten Mal deutlich erkennbar traten bei der Gegenbeleuchtung photophoretische Bewegungen auf, die mit der LPh den Bezug auf die Lichtrichtung, mit der GPh den Bezug auf die Lotrichtung gemeinsam haben, jedoch keine Überlagerungen licht- und gravitophotophoretischer Bewegungen, sondern neue und durchaus einheitliche Phänomene darstellen. Diese komplexe Art der Photophorese soll als „Licht-Gravito-Photophorese“ (LGPh) bezeichnet werden.

So beobachtet man an den Teilchen von 0,1 bis 1 mm Größe öfter stabil an einen Ort im Lichtbündel gebundene Rotationen um Achsen,

die in dem Winkel zwischen Licht- und Lotrichtung liegen (Abb. 13 bis 17). Sehr eigentümlich ist der Fall, daß faserförmige Teilchen in fester Orientierung ruhend schweben (Abb. 18). Gewöhnlich stellen sie sich mit ihrer Längsrichtung etwa vertikal; ihre Lage zur Lichtrichtung ist fest, sie wird nach Störungen immer wieder eingenommen und hängt von den Beleuchtungsverhältnissen ab. Auch der Ort im Strahl ist innerhalb gewisser Grenzen stabil. An anderen Stellen kann ein solches Teilchen mitunter Rotationen um eine vertikale Achse in etwa gleicher Lage zum Lot beschreiben (ungleichförmige Winkelgeschwindigkeit im Übergangsstadium zur Ruhe).

An Pulvern tritt LGPh auch in der Gestalt doppelt periodischer Bewegungen (rasche Eigenrotation und Umlauf auf geschlossener Bahn), die den Kreiswendeln der LPh und GPh verwandt sind, auf. Mit den gravitophotophoretischen haben sie das Element gemeinsam, daß die Vertikale für sie ausgezeichnet ist (aber nicht mehr durch Rotations-symmetrie um diese), mit den lichtphotophoretischen dagegen die Auszeichnung der Lichtrichtung in der Bahnfigur, zumindest feste Orientierung im Lichtbündel und meist sehr empfindliche Abhängigkeit von der Strahlkonfiguration. (Auf lokale Abweichungen von koaxialer, gleichstarker Gegenbeleuchtung kommt es bei der Ausbildung dieser LGPh-Bewegungen oft wesentlich an).

So beobachtet man immer wieder Umlaufsbahnen mit der Vertikalen als Achse einer zweizähligen Symmetrie, welche die Gestalt eines Sattelfandes haben (Abb. 19/1-4). Die (etwa horizontale) Verbindungslinie der höchsten Bahnpunkte liegt meistens schief zur Lichtrichtung, selten fällt sie ungefähr mit dieser zusammen. Von oben gesehen erscheinen diese „Sattelbahnen“ annähernd als Ellipsen, deren große Achse quer zur Strahlachse steht, und zwar sind sie im allgemeinen im Fokalebereich der beiden Strahlen am stärksten gestreckt. Im Grenzfall arten sie zu *Lemniskaten* aus, deren Ebene auf der Strahlachse senkrecht steht und deren Scheitel auf einer horizontalen Geraden liegen (Abb. 20).

Eine andere Formenreihe führt von den symmetrisch ausgebildeten Sattelbahnen über diesen ähnliche, bei denen eine Hälfte verkümmert (Abb. 19/5), schließlich nur mehr rudimentär als Ausbuchtung an einer fast ebenen, kreisähnlichen Bahn vorhanden ist, die nahe der seitlichen Wand des Lichtbündels steht und deren Achse ins Strahlinnere weist (Abb. 21), zu dem Grenzfall von Kreisbahnen, deren Achse normal zur Lichtrichtung und zum Lot steht („*Querkreise*“) (Abb. 22). Drückt man sie durch Einschieben einer Blende von oben abwärts, so gehen sie in Sattelbahnen über.

Den engen Zusammenhang dieser Bewegungstypen mit der GPh und LPh zeigt schon die kontinuierliche Formenreihe, die über Sattelbahnen verschieden starker Wellung bis zu horizontalen Kreiswendeln führt, ferner z. B. durch Lichtänderungen hervorgerufene, direkte Übergänge von Lemniskaten in Kreise mit strahlparalleler Achse und ungefähr derselben Krümmung wie die Scheitelkrümmung der ursprünglichen Bahn, die durch Reproduktion der früheren Lichtverhältnisse



Abb. 13 bis 22. Photophoretische Bewegungen, die sowohl auf die Lot- als auch auf die Lichtrichtung bezogen sind (Licht-Gravito-Photophorese). Gegenbeleuchtung von links nach rechts, meist ungleich, von verschiedener Konfiguration. — Abb. 13 bis 17. Von millimetergroßen Federnteilchen beschriebene Rotationsfiguren mit verschieden stark geneigten, annähernd in der von Lot- und Lichtrichtung aufgespannten Ebene liegenden Achsen. Bogenlampenlicht. Belichtungszeiten: 13, 14: 1/50 sec; 15, 16, 17: 1/25 sec. Umlauffrequenzen: Bei 14: 92/sec, bei 15: 47/sec. — Abb. 18. Ruhend beschwebendes Federnteilchen. Bogenlampenlicht. Belichtung: 1/50 sec. — Abb. 19. Gruppe periodischer Bewegungen im Kinolampen-Gegenstrahl; Argon, 8 Torr; Belichtung etwa 1/5 sec. 1 bis 1/2 „Sattelbahnen“; 5; verzerrte Sattelbahn; 6; aufgelöste Bahn, zu betrachten als sich verschiebende Sattelbahn. — Abb. 20. Bahnen von Graphitteilchen im zentralen Bereich des Gegenstrahlensystems (Kinolampen); Argon, 8 Torr. Völlig unregelmäßige Bewegungen (U), die aber innerhalb eines bestimmten Gebietes bleiben: halbregelmäßige Bahnen (H); Lenniskate mit horizontaler Scheitelachse (L). In Bild a schneidet die Blickrichtung mit der optischen Achse einen Winkel von 70°, in Bild b einen rechten Winkel em. (Man erkennt, daß L in einer zu den Strahlen normalen Ebene verläuft.) — Abb. 21, 22. Bewegungen von Graphitteilchen auf stabilen Bahnen, deren Achsen senkrecht auf der Lichtrichtung und der Lotrichtung stehen („Querkreise“). Kinolampen; Argon, 8 Torr. Belichtungszeiten: 1/25 sec. Abb. 21. Kreisähnliche, etwas verzerrte Bahn. Abb. 22. Regelmäßige, kreisförmige Bahn

rückgängig gemacht werden können. Viele Teilchen geben Sattel- oder Lemniskatenbewegungen bei einer Lichtschwächung auf, indem sie auf einer sich verengenden Schraubenbahn mit strahlparalleler Achse entweichen. Durch Abblenden von oben konnten Sattelbahnen in „Springer“ (s. GPh) übergeführt werden usw.

Da die auf die Richtungen des Lichtes und des Lotes bezogenen Bewegungen der LGPh eigene, einheitliche Formen, aber keine Kompositionen von LPh und GPh bilden, müssen sie auch auf einen einheitlichen Antrieb (also „licht-gravito-photophoretische“ und nicht licht-photophoretische + gravitophotophoretische Kräfte) zurückgehen. Die unmittelbaren Übergänge der LGPh zur LPh und GPh wiederum zeigen, daß die Kräfte der LGPh von demselben Phänomen wie einerseits bei der LPh, andererseits bei der GPh verursacht werden. (Innerhalb jedes dieser beiden Gebiete hat man es sicher mit einheitlichen Vorgängen zu tun.) Wegen dieser Kohärenz der verschiedenen Arten der Photo-phorese — wenigstens, wie hier gezeigt, der LPh, GPh und LGPh — kann man also von *gleichartigen Kräften*, „photophoretischen“ Kräften schlechthin, sprechen.

Im Abschnitt über die GPh wurde gezeigt, daß die gravitophotophoretischen Kräfte Radiometerkräfte sind. Dies läßt sich nun für die „photophoretischen“ Kräfte im hier betrachteten Umfang allgemein schließen. Die enge Korrespondenz der an der longitudinalen Photo-phorese kleiner Kügelchen seinerzeit festgestellten Druckabhängigkeit mit der von makroskopischen Radiometern her bekannten [10, 11] liefert einen weiteren Eckpfeiler auf der Seite der LPh.

Der im vorigen Abschnitt festgestellte Charakter der LPh-Kräfte, ihre Abhängigkeit nach Richtung und Betrag einerseits von der Lage des Körpers, andererseits von der Beleuchtungsrichtung, läßt sich leicht verstehen, wenn man sie als Radiometerkräfte auffaßt: Teilchen mit sehr starker Asymmetrie (z. B. Spitzen) unterliegen, da die Beleuchtungsrichtung für die oberflächliche Temperaturverteilung praktisch bedeutungslos wird, körperfesten Radiometerkräften, an hochsymmetrischen dagegen, wie Kugeln, muß die Temperaturverteilung um die Lichtrichtung rotationssymmetrisch und die Radiometerkraft parallel oder antiparallel (je nachdem, ob die Licht- oder Schattenseite höhere Temperatur erhält) zur Lichtrichtung sein. Bei mäßiger Asymmetrie

man denke sich eine Kugel stetig zum extrem asymmetrischen Teilchen deformiert — muß die Abhängigkeit der Temperaturverteilung und des radiometrischen Kraftsystems von der Beleuchtungsrichtung und von der Lage des Teilchens die Stadien zwischen „lichtfest“ und körperfest durchlaufen. Solche Asymmetrieeigenschaften hat man den Teilchen zuzuschreiben, die LPh mit Abweichungen der Kraft aus der Lichtrichtung (Schraubenbahnen) ausführen. Tatsächlich werden Schrauben und dergleichen nur an unregelmäßig geformten Partikeln beobachtet, die streng lichtparallele longitudinale LPh ist auf Kugeln beschränkt [12].

Zu erörtern sind jetzt noch die Übergänge zwischen LPh und GPh. Wie gesagt, hat man sich den Bezug photophoretischer Bewegungen auf eine durch die äußeren Bedingungen gegebene Richtung dadurch verursacht zu denken, daß das gesamte antreibende Drehmoment mit der Lage des Körpers zu dieser Richtung variiert. Bei der GPh, deren Radiometerkräfte als praktisch körperfest anzunehmen sind, wird räumliche Einseitigkeit des Kraftsystems durch das Gewicht bewirkt¹, bei der LPh handelt es sich allein um Radiometerkräfte, die dafür aber von der Beleuchtungsrichtung abhängen. In Wirklichkeit ist natürlich die Schwere immer vorhanden und ein gewisser Einfluß der Lichtrichtung auf die Temperaturverteilung wird auch stets bestehen, so daß exakt körperfeste Kräfte nicht zustandekommen. In diesem Sinne ist, streng genommen, jede der betrachteten Bewegungen eine LGPh, praktisch wird der Bezug auf die beiden Richtungen aber nur dann merklich sein, wenn die Variationen des antreibenden Momentes mit der Lage zum Lot und mit der Lage zum Licht vergleichbar stark sind.

Bei Radiometerkräften, die das Gewicht beträchtlich übertreffen, ist dessen Einfluß auf das gesamte Kraftsystem im Vergleich zu dessen erwartbarer Abhängigkeit von der Beleuchtungsrichtung unerheblich. Wenn eine einseitige Beleuchtung also so stark ist, daß sie die Fallgeschwindigkeit vielfach übertreffende Geschwindigkeiten erzeugt², wird in der Hauptsache LPh entstehen. Dagegen ist zu erwarten, daß mit schwächer werdender Beleuchtung und dadurch bedingter Abnahme der Radiometerkräfte, also auch ihres mit der Lichtrichtung variierenden Anteils, das Gewicht immer mehr an Bedeutung gewinnt, sein Einfluß auf die Variation des Kraftsystems schließlich überwiegt und GPh entsteht. Solche kontinuierlichen Übergänge zwischen LPh und GPh lassen sich vielfach beobachten: Treibt man z. B. ein Teilchen, das eine periodische LPh-Bewegung (Kreis oder dergleichen) ausführt, durch passendes Abblenden in Strahlgebiete mit schwächerer Intensität, so wandert es oft an den oberen Strahlrand und bleibt dort, um die Vertikale rotierend, hängen. (Unter Umständen kann man es dann durch Abblenden von oben und plötzliches Aufblenden wieder in die alte Bahn zurückbringen.)

Überhaupt wird vornehmlich GPh auftreten, wenn die photophoretischen Kräfte gegenüber dem Gewicht nicht groß sind, es sei denn, daß z. B. magnetische oder elektrische Felder Richtwirkungen ausüben (MPh, EPh). Das zeigt auch die Erfahrung: Außer bei schwacher Bestrahlung beobachtet man an hellen Stoffen, bei niedrigen Drucken (0,1 Torr) und an den großen Teilchen hauptsächlich GPh.

¹ Das Funktionieren des Mechanismus der GPh soll bei anderer Gelegenheit ausführlicher dargestellt werden.

² Da sich die Resultanten an Hand der Geschwindigkeiten (photophoretische, Fallgeschwindigkeit) leichter als die Momente beurteilen lassen, ist es bequem, wenn natürlich auch nicht verlässlich, sie als ungefähres Maß für die Momente zu nehmen.

Außer durch Schwächen des Lichtes kann man den Anteil des Gewichtes an der Variation des Kraftsystems mit der Stellung im Raum gegenüber dem mit Bezug auf die Lichtrichtung variierenden Teil der Radiometerkräfte offenbar auch dadurch mehr zur Geltung bringen, daß man die Teilchen von zwei Seiten gleichmäßig beleuchtet. Das radiometrische Kraftsystem muß ja nun symmetrisch um eine zu den Strahlen normale Ebene variieren, wird daher der Unabhängigkeit von der Lage des Körpers zum Licht, wie sie bei exakt körperfesten Radiometerkräften bestünde, näher kommen als bei einseitiger Beleuchtung — ohne daß sie diese aber zu erreichen braucht (s. das zu den symmetrischen Oszillationen Gesagte). Durch die Milderung der Variabilität des Kraftsystems mit der Lage zum Licht wird die Variabilität mit der Lage zum Lot auch bei stärkerer Bestrahlung vergleichbare Wirkungen ausüben können. In diesem Sinn mag man das Entstehen der LGPh in Gegenstrahlen, wie Sattelbahnen, Lemniskaten und Querkreise, verstehen, bei denen die Geschwindigkeiten die Fallgeschwindigkeit weit übertreffen und größenordnungsmäßig den üblichen lichtphotophoretischen gleichen, so daß bei einseitiger Beleuchtung mit diesen Intensitäten nur LPh zustande käme.

Es macht natürlich bei einer hauptsächlich durch die Schwere gelenkten Bewegung einen Unterschied aus, ob die Radiometerkräfte an sich praktisch körperfest sind, oder ob nur ihre Abhängigkeit von der Beleuchtungsrichtung durch Gegenstrahl unterdrückt wird. Beobachtungen an der LGPh illustrieren das deutlich: Sobald sich z. B. an periodischen Bahnen mit vertikaler Symmetrieachse ein gewisser Einfluß der Lichtrichtung (etwa durch eine selbst ganz schwache sattelförmige Deformation einer horizontalen Kreiswendel) zeigt, kann man immer eine hohe Empfindlichkeit gegenüber der Konfiguration des Lichtkegels feststellen; während normale liegende Kreiswendeln gegen lokale Inhomogenitäten der Lichtverteilung ziemlich unempfindlich sind, sich an verschiedenen Stellen des Lichtbündels im wesentlichen unverändert erhalten, sogar bei Abschalten eines der beiden Strahlen bestehen bleiben können, ist die Stabilität jener zumeist nur innerhalb enger Strahlbereiche gewährleistet. Oft führt eine geringfügige Veränderung eines der beiden Strahlen den Zusammenbruch der Bewegung oder Übergang in eine andere herbei.

Im Sinn der hier entwickelten Vorstellungen ist die namentlich unter den verschiedenartigen Beleuchtungsverhältnissen des Gegenstrahlensystems zu beobachtende Mannigfaltigkeit der LPh-, GPh- und LGPh-Bewegungen ein und desselben Teilchens, die teils spontan abwechseln, während es herumwandert, teils künstlich ausgelöst werden können, wohl verständlich. (So kamen z. B. an einem Teilchen je nach dem Ort im Lichtbündel, der Schwächung oder Verformung eines der Strahlen folgende Bewegungen zustande: Kreise verschiedenen Durchmessers und Umlaufsinnes, Schraubenbewegung in Strahlrichtung, Umlauf entlang der Wand des Strahls, Schweben am oberen Rand, Wanderung auf unregelmäßigen, gewundenen Bahnen und „Springen“ am unteren

Rand. Das Teilchen konnte in allen Strahlgebieten herumgeführt werden. Unter denselben Bedingungen trat jedesmal dieselbe Bewegung ein.)

Vom Standpunkt der Radiometertheorie ist zu erwarten, daß noch ein anderer Faktor das Verhältnis der Einflüsse von Schwere und Beleuchtungsrichtung auf die photophoretische Bewegung mitbestimmt: Ist ein Teilchen um eine zum Strahl senkrechte Achse (z. B. um die Vertikale bei horizontaler Lichtführung) in Rotation geraten, so wird die Temperaturverteilung in jeder Stellung eine andere sein, als wenn es zum Licht ruhte. Je kleiner die Rotationsperiode gegenüber der Dauer des Ausgleichs einer Temperaturdifferenz ist, umso mehr wird sich der Wechsel der Temperaturverteilung mit dem Wechsel der Lage zum Licht verwischen und umso näher wird das radiometrische Kraftsystem einem körperfesten kommen. Der Bezug der Bewegung auf das Lot wird dadurch erst recht begünstigt. Eine Schwankung des Teilchens oder eine Änderung der Intensität mag dann schon genügen, um den Übergang in eine von der Lichtrichtung abhängige Bewegung herbeizuführen.



Abb. 23. Ovale, kreiswendelähnliche Bahn in einer horizontalen Ebene mit verschiedener Struktur der feinen Schraube, je nach dem Verlauf zur Lichtrichtung. Schematisch, von oben gesehen. (Die Entstehung solcher Bahnen wird, wie gezeichnet, durch seitliche Versetzung der Strahlen aus coaxialer Stellung begünstigt)

In diesem Zusammenhang ist eine in Gegenstrahlen zu beobachtende Art von Umlaufsbewegungen zu erwähnen; sie sind den horizontalen Kreiswendeln ähnlich, zeigen aber, abgesehen von ovaler Form, verschiedenartige Wendelung auf den entlang der Lichtrichtung und quer dazu verlaufenden Bahnstücken (Abb. 23). Das ist prinzipiell einzusehen, da die Rotationsachse (s. oben, GPh) etwa in der durch Bahntangente und Lot aufgespannten Ebene liegt und in die Umlaufsrichtung geneigt ist. Hierher gehört auch der Übergang großer Faserteilchen aus vertikalem Rotieren in drehungsloses Schweben mit fester Bindung an die Lichtrichtung (wie Abb. 18).

Die Abhängigkeit der Temperaturverteilung und damit der Radiometerkraft von der Rotation bei schief zur Lichtrichtung stehender Drehachse ist jedenfalls im Auge zu behalten, wenn es um die Frage der Unabhängigkeit der GPh (und anderer Feldphotophoresen) von der Beleuchtungsrichtung geht (z. B. bei Versuchen mit Neigen des Strahls aus der Horizontalen in die Vertikale [3], wobei GPh-Bewegungen modifiziert werden können). Der Umstand ist auch von grundlegender Wichtigkeit für das Verständnis der Doppelwendelbewegungen der LPh — im Spezialfall der Kreiswendeln dürfte die Rotationsachse etwa senkrecht zur Lichtrichtung stehen —, er bedeutet aber eine beträcht-

liche Erschwerung der allgemeinen Theorie der LPh, da man hier nun nicht mehr wie bei den Feldphotophoresen mit Antriebskräften rechnen kann, die allein von der Lage des Körpers zur Bezugsrichtung abhängen.

Frau Dr. E. DESOYER bin ich für ihre wertvolle Unterstützung bei den Experimenten zu großem Dank verpflichtet.

Literatur

1. F. EHRENHAFT, Acta Phys. Austr. **5**, 12 (1951).
2. F. EHRENHAFT, E. REEGER, C.R. **232**, 1922 (1950).
3. E. SCHEU, Dissertation Wien (1950).
4. G. HETTNER, Erg. exakt. Nat.wiss. **7**, 209 (1928).
5. E. SCHEU, K. V. DESOYER, Acta Phys. Austr. **5**, 435 (1952).
6. F. EHRENHAFT, E. REEGER, C.R. **229**, 515 (1949).
7. H. ROHATSCHKE, Acta Phys. Austr. **9**, 151 (1955).
8. J. THIBAUD, M. MAITROT, V. BERTHIER, C.R. **231**, 691 (1950).
9. M. MAITROT, C.R. **230**, 1855 (1950).
10. J. MATTAUCH, Ann. Physik **85**, 967 (1928).
11. M. REISS, Phys. Z. **36**, 410 (1935).
12. M. MAITROT, C.R. **232**, 823 (1951).

Zur anschaulichen Deutung des Auftretens von Energiebändern in einem periodischen Potentialfeld

Von

Th. Sexl und E. Spurny

Institut für theoretische Physik der Universität Wien

Mit 4 Abbildungen

(Eingelangt am 26. März 1956)

Zusammenfassung

Nähert man zwei zunächst entkoppelte Potentialmulden einander, so tritt für den Fall $\exp. (2\kappa b) \gg \exp. (-2\kappa a)$ eine Aufspaltung der Eigenwerte der isolierten Potentialmulde in enge beieinander liegende Dubletts ein.

Um das Auftreten von Energiebändern in den Energiespektren von Elektronen in elektrischen Leitern quantitativ durchrechnen zu können, idealisiert man¹ das in einem Leiter herrschende periodische Potential der Periode $l = a + b$, das in den Gebieten $nl < x < nl + a$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) den Wert $V = 0$, in den dazwischenliegenden Gebieten $nl - b < x < nl$ den konstanten Wert $V = V_0$ annimmt (vgl. Abb. 1). Das Energiespektrum eines Teilchens in einem solchen Potentialfeld besteht dann tatsächlich aus einzelnen erlaubten und verbotenen Bereichen, den „Energiebändern“. Für tief gelegene Terme zwischen hohen Potentialbergen ergibt sich die allgemeine Aussage, daß die Energieeigenwertgleichung des Teilchens nur in ganz schmalen Zonen um die Nullstellen der Funktion

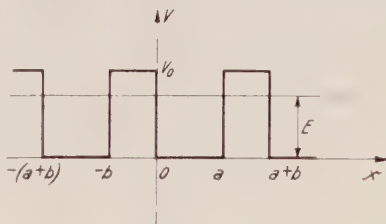


Abb. 1

$$f(E) = (\kappa^2 - k^2) \sin ka + 2\kappa k \cos ka$$

¹ Vgl. z. B. die Darstellung in dem ausgezeichneten Buche von S. FLÜGGE und H. MARSHALL, Rechenmethoden der Quantentheorie. Band I. 2. Aufl. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer-Verlag, 1952. Aufgabe 15 und 16.

herum erfüllt sein kann. Dabei bedeutet

$$k^2 = \frac{8\pi^2 m}{h^2} E \quad \text{und} \quad \kappa^2 = \frac{8\pi^2 m}{h^2} (V_0 - E).$$

Die erlaubten Bänder sind ferner um so schmäler, je tiefer sie liegen und werden mit wachsender Energie immer breiter und die Zwischenräume immer schmäler.

Die gleich Null gesetzte Funktion $f(E)$ stellt aber nichts anderes als die Energieeigenwertgleichung für eine einzelne isolierte Potentialmulde der Breite a dar² und kann in die beiden Faktoren

$$2 \left(\kappa \cos k \frac{a}{2} - k \sin k \frac{a}{2} \right) \left(\kappa \sin k \frac{a}{2} + k \cos k \frac{a}{2} \right) \equiv 2 S' A'$$

aufgespalten werden. $S' = 0$ gehört zu symmetrischen Eigenfunktionen und liefert die symmetrischen Zustände, $A' = 0$ gehört zu antisymmetrischen Eigenfunktionen und liefert die antisymmetrischen Zustände. Also erfüllen die erlaubten Energiebänder ganz schmale Zonen um die Eigenwerte einer einzelnen isolierten Potentialmulde.

Diese auffallende Tatsache führt zu folgender Vermutung über die Entstehung von Energiebändern in einem periodischen Potentialfeld, das aus unendlich vielen Potentialmulden der Breite a und aus unendlich vielen zwischen je zwei Mulden liegenden Potentialbergen der Breite $2b$ aufgebaut ist:

Hat man zunächst nur zwei Potentialmulden der Breite a und der Höhe V_0 und sind diese durch einen sehr breiten Potentialberg voneinander getrennt, so können die beiden Potentialmulden als völlig entkoppelt angesehen werden und die zulässigen Zustände berechnen sich aus der Eigenwertgleichung $f(E) = 0$ für eine einzelne Potentialmulde. Läßt man die beiden Mulden einander näherrücken, so werden sie miteinander in Wechselwirkung treten, die Lage der Energieeigenwerte wird gestört und da in dem dazwischenliegenden Potentialberg eine exponentiell ansteigende und eine exponentiell abklingende Eigenfunktion auftreten muß, kann man vermuten, daß, wenn der Einfluß der ansteigenden Eigenfunktion ausschlaggebend ist, jeder Eigenwert der einzelnen Potentialmulde in ein Dublett aufgespalten wird. Rücken die beiden Mulden einander immer näher, wird die gegenseitige Störung immer größer, so werden die Dubletts auseinander rücken, um schließlich, wenn der dazwischenliegende Berg immer schmäler und schmäler wird, in die Eigenwerte einer einzigen Potentialmulde der doppelten Breite $2a$ überzugehen. Daß dies tatsächlich der Fall ist, wird durch die weiter unten angegebene Rechnung in allen Einzelheiten bestätigt werden.

Sind drei Potentialmulden gleicher Breite a und gleicher Höhe V_0 vorhanden, so liefern die gleichen anschaulichen Überlegungen bei Annäherung der Mulden eine Aufspaltung in Tripletts, bei n gleichen

² Vgl. 1. c. Aufgabe 4.

Potentialmulden eine Aufspaltung in Multipletts, um schließlich bei Vorhandensein unendlich vieler gleicher Potentialmulden eine Aufspaltung in kontinuierliche Bänder um die Eigenwerte einer einzelnen Potentialmulde vermuten zu lassen. Diese anschauliche Deutung des Auftretens von Energiebändern in einem periodischen Potentialfeld soll nun für den Fall $n = 2$ rechnerisch durchgeführt werden.

Es sei ein Potentialverlauf gemäß Abb. 2 vorgegeben.

Die eindimensionale SCHRÖDINGER-Gleichung

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - V) \psi = 0$$

hat dann in den fünf Teilgebieten des Potentialfeldes die Lösungen:

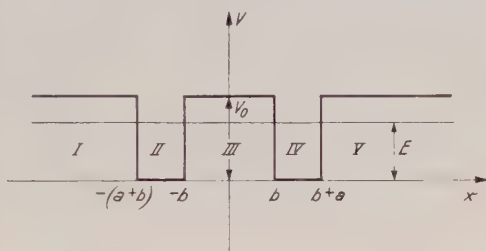


Abb. 2

$$\begin{aligned} \psi_I &= A_1 e^{\kappa x} + B_1 e^{-\kappa x} \\ \psi_{II} &= A_2 e^{ikx} + B_2 e^{-ikx} \\ \psi_{III} &= A_3 e^{\kappa x} + B_3 e^{-\kappa x} \\ \psi_{IV} &= A_4 e^{ikx} + B_4 e^{-ikx} \\ \psi_V &= A_5 e^{\kappa x} + B_5 e^{-\kappa x} \end{aligned}$$

mit den oben angegebenen Bedeutungen von k^2 und κ^2 . Die Randbedingungen im Unendlichen ergeben zunächst $B_1 = 0$ und $A_5 = 0$. Da an den vier Sprungstellen des Potentials die Eigenfunktionen glatt (das heißt stetig und mit stetigen ersten Differentialquotienten) ineinander übergehen müssen, erhält man für die restierenden acht Konstanten A_i, B_i die acht linearen Bestimmungsgleichungen:

$$\begin{aligned} A_1 e^{-\kappa(a+b)} &= A_2 e^{-ik(a+b)} + B_2 e^{ik(a+b)} \\ \kappa A_1 e^{-\kappa(a+b)} &= ik A_2 e^{-ik(a+b)} - ik B_2 e^{ik(a+b)} \\ A_2 e^{-ikb} + B_2 e^{ikb} &= A_3 e^{-\kappa b} + B_3 e^{\kappa b} \\ ik A_2 e^{-ikb} - ik B_2 e^{ikb} &= \kappa A_3 e^{-\kappa b} - \kappa B_3 e^{\kappa b} \\ A_3 e^{\kappa b} + B_3 e^{-\kappa b} &= A_4 e^{ikb} + B_4 e^{-ikb} \\ \kappa A_3 e^{\kappa b} - \kappa B_3 e^{-\kappa b} &= ik A_4 e^{ikb} - ik B_4 e^{-ikb} \\ A_4 e^{ik(b+a)} + B_4 e^{-ik(b+a)} &= B_5 e^{-\kappa(b+a)} \\ ik A_4 e^{ik(b+a)} - ik B_4 e^{-ik(b+a)} &= -\kappa B_5 e^{-\kappa(b+a)}. \end{aligned}$$

Dieses homogene lineare Gleichungssystem für die Konstanten A_i und B_i hat dann und nur dann eine nichtverschwindende Lösung, wenn die Determinante der Koeffizienten verschwindet:

$$\begin{vmatrix} 1 & -e^{-ika} & -e^{ika} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \kappa & -ik e^{-ika} & ik e^{ika} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -e^{-\kappa b} & -e^{\kappa b} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ik & -ik & -\kappa e^{-\kappa b} & \kappa e^{\kappa b} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\kappa b} & e^{-\kappa b} & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \kappa e^{\kappa b} & -\kappa e^{-\kappa b} & -ik & ik & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{ika} & e^{-ika} & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & ik e^{ika} & -ik e^{-ika} & \kappa \end{vmatrix} = 0.$$

Die Ausrechnung der Determinante ergibt die Eigenwertgleichung

$$2k\kappa(\kappa \cos ka - k \sin ka)(\kappa \sin ka + k \cos ka) \operatorname{Cof} 2\kappa b + \\ + \{k^2(\kappa \cos ka - k \sin ka)^2 + \kappa^2(\kappa \sin ka + k \cos ka)^2\} \operatorname{Sin} 2\kappa b = 0.$$

Führt man die Bezeichnungen ein

$$S \equiv \kappa \cos ka - k \sin ka \\ A \equiv \kappa \sin ka + k \cos ka,$$

so wird

$$2SA = (\kappa^2 - k^2) \sin 2ka + 2k\kappa \cos 2ka,$$

was annulliert die Eigenwertgleichung einer Potentialmulde der Breite $2a$ darstellt. Da ferner

$$kS + \kappa A = (\kappa^2 - k^2) \sin ka + 2k\kappa \cos ka \equiv 2S'A',$$

was annulliert die Eigenwertgleichung einer Potentialmulde der Breite a darstellt, kann man die Eigenwertgleichung für die zwei Potentialmulden in der Form darstellen:

$$2k\kappa SA \operatorname{Cof} 2\kappa b + \{(kS + \kappa A)^2 - 2k\kappa SA\} \operatorname{Sin} 2\kappa b = 0$$

oder

$$\operatorname{Tg} 2\kappa b = \frac{2k\kappa SA}{2k\kappa SA - (kS + \kappa A)^2} - \frac{2k\kappa SA}{2k\kappa SA - 4S'^2 A'^2}.$$

Diese Gleichung gestattet folgende allgemeine Aussagen: Geht $2\kappa b$ gegen Unendlich, sind also die beiden Potentialmulden vollständig entkoppelt, so geht $\operatorname{Tg} 2\kappa b$ gegen Eins und man erhält $2S'A' = 0$, das heißt die Eigenwertgleichung für eine einzelne isolierte Potentialmulde der Breite a . Ist $e^{2\kappa b} \gg e^{-2\kappa b}$, so gilt $\operatorname{Sin} 2\kappa b \sim \operatorname{Cof} 2\kappa b \sim \frac{1}{2} e^{2\kappa b}$ und es sind rein rechnerisch immer noch angenähert die Eigenwerte einer einzelnen Potentialmulde vorhanden. Tatsächlich ist aber bereits, wie die graphische Darstellung in Abb. 3 lehrt, eine Aufspaltung der Niveaus der einzelnen Potentialmulde in enge Dubletts vorhanden. Geht $2\kappa b$ gegen Null, fließen also die beiden Potentialmulden in eine einzige von der doppelten Breite $2a$ zusammen, so folgt $2SA = 0$, das heißt die Eigenwertgleichung für eine Potentialmulde der doppelten Breite $2a$.

Zum Zwecke der graphischen Diskussion der Eigenwertgleichung in Abb. 3 wurde diese durch Einsetzen der Werte von k und κ in die Form umgeschrieben

$$\operatorname{Tg} dC \sqrt{1-\varepsilon} = \frac{-Z(\varepsilon)}{Z(\varepsilon)+1},$$

wobei

$$Z(\varepsilon) = \frac{1}{\sin^2 C \sqrt{\varepsilon}} \{ \sqrt{\varepsilon(1-\varepsilon)} (1-2\varepsilon) \sin 2C \sqrt{\varepsilon} + 2\varepsilon(1-\varepsilon) \cos 2C \sqrt{\varepsilon} \}$$

bedeutet und der „Inhalt“ der Potentialmulde $V_0 a^2 \frac{8\pi^2 m}{h^2} = C^2$,

ferner $\frac{E}{V_0} = \varepsilon$ und $d = \frac{2b}{a}$ eingeführt wurden.

In Abb. 3 wurde für den Fall $C^2 = 16$ die linke und rechte Seite der Eigenwertgleichung als Ordinate gegen ε ($0 \leq \varepsilon \leq 1$) als Abszisse für die Fälle $d = 2, 1, 1/2, 1/4, 1/24$ aufgetragen.

Die Schnittpunkte der die beiden Seiten darstellenden Kurven ergeben die möglichen Eigenwerte. Für die vollständig entkoppelten Potentialmulden geht d gegen Unendlich, der ε nimmt den Wert Eins an und die die rechte Seite darstellende Kurve hat in den Eigenwerten einer einfachen Potentialmulde von der Breite a die Gerade im Ab-

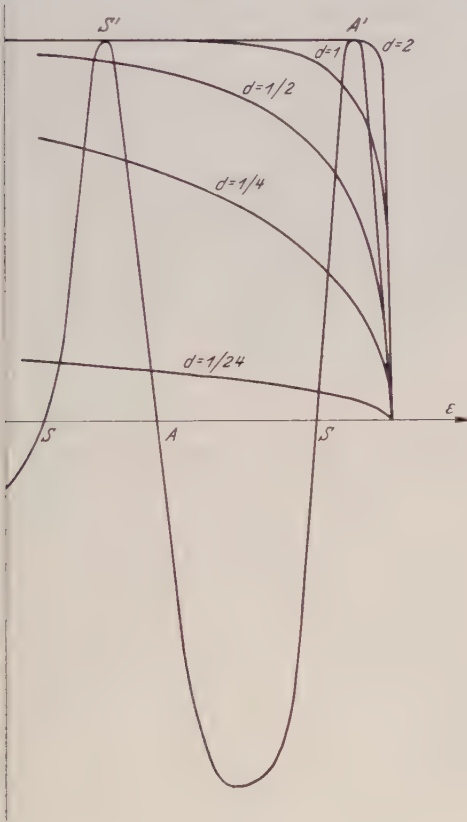


Abb. 3

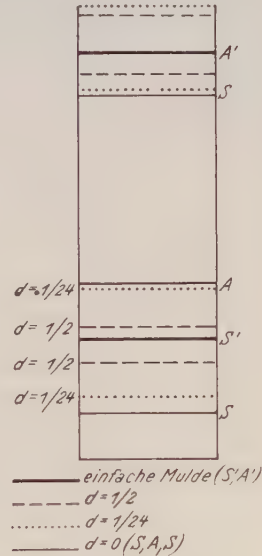


Abb. 4

stand Eins zur horizontalen Tangente. Nimmt d endliche Werte an, so spaltet jeder Berührungspunkt in zwei Schnittpunkte auf, die bei kleiner werdendem d immer größer werdenden Abständen in der ε Skala entsprechen. Schließlich werden für $d \rightarrow 0$ (das heißt $b \rightarrow 0$) die Eigenwerte einer Potentialmulde von der doppelten Breite $2a$ als Schnittpunkte mit der Abszissenachse erreicht.

Die Abb. 4 illustriert dieses Aufspalten der Eigenwerte in der üblichen Darstellung, allerdings in der ε Skala.

Buchbesprechungen

Astrophysical Quantities. Von C. W. ALLEN. XI, 263 S. University of London: The Athlone Press. 1955. 55 s.

Auf die Gefahr hin, überschwänglich zu wirken, sei das Gesamturteil vorweggenommen: Dieses Buch müßte jeder Astronom für seine Arbeit in Forschung und Lehre zur Verfügung haben. Bei „Lehre“ denke ich nicht nur an die Vorbereitung von Spezialvorlesungen oder Seminaren, sondern auch und gerade an Übersichtsvorlesungen, etwa für Physiker und Lehramtskandidaten. Gilt es doch gerade hier das heutige Gesamtbild der Astronomie zu geben, wobei früher beliebte Teilgebiete wie Bahnbestimmung und Himmelmechanik weit zurücktreten werden.

Es handelt sich bei dem Buch von ALLEN um eine Sammlung aller astrophysikalisch interessierenden Definitionen und Zahlengrößen sowie vor allem auch der jeweils neuesten Literatur, um mit ihr die eigentliche Spezialarbeit fortzuführen. Das Buch hat denselben Zweck wie das Tabellenwerk von LANDOLT-BÖRNSTEIN (1. Teil des 3. Bandes, 1952). Es ist daher angebracht, bei der Würdigung des neuen Buches es teilweise mit jenem zu vergleichen.

Dem äußeren Umfang nach sind beide etwa gleich (250 S.). Beim L.B. muß man allerdings den wesentlich größeren Teil des Bandes III mitkaufen, die geophysikalischen Tabellen, wodurch er für den Astronomen etwa fünfmal teurer wird als das Buch von ALLEN. Am L.B. sind etwa 24 Mitarbeiter herangezogen worden, deren Beiträge dann BRUGGENCATÉ vorbildlich homogenisiert hat. ALLEN hat allein gearbeitet, was in der Zeit des Spezialistentums besonders anzuerkennen ist. Der stärkste Unterschied zwischen beiden Sammlungen liegt wohl in folgendem: Beim L.B. sind zunächst die beobachtungstechnischen Dinge, Instrumentenkunde usw. behandelt, ausführlich auch die Klassische Astronomie, was alles bei ALLEN fehlt oder nur kurz angeführt ist. Umgekehrt bringt ALLEN in den ersten fünf Kapiteln Dinge, die man beim L.B. erst mehr oder weniger mühsam (und zur Zeit bis zum Erscheinen der Neuausgaben gelegentlich überholt) sich aus anderen Bänden oder Büchern herausuchen müßte.

Es sei als Beispiel auf die 17 Seiten des zweiten Kapitels verwiesen. Sie geben durch die gesamte Makro- und Mikrophysik in übersichtlicher Ordnung die modernsten Werte für die Konstanten, ihre Dimensionen, die üblichen Symbole usw. Willkommen ist auch das dritte und vierte Kapitel über Atome und Spektren (Ionisationspotentiale, Wirkungsquerschnitte, Spektralterminologie usw.). Dies gilt auch für das fünfte Kapitel: Hier ist die Strahlung behandelt einschließlich der vielartigen Absorptionerscheinungen bei atomaren und molekularen Vorgängen. Im sechsten Kapitel, die Erde, ist alles das bereitgestellt, was zuweilen der Astronom von der Geophysik benötigt.

Erst die zweite Hälfte des Buches, Kapitel 7 bis 14, ist astronomischen Dingen gewidmet. Die Gliederung ist naturbedingt. Es kennzeichnet die neuen Verhältnisse, wenn nur 18 Seiten den Planeten, Kometen und sonstigen Körpern des Sonnensystems gewidmet sind, aber 96 der Fixsternwelt, davon 23 dem wichtigsten Stern, der Sonne. Das zehnte Kapitel heißt „Der normale Stern“ (Spektren, Helligkeiten, Farben, Leuchtkräfte, Temperaturen, Massen, Radien, Dichten usw.).

Hier sind vielleicht die Literaturhinweise besonders wichtig, wie die auf den Draper-Catalog, die Tafeln der Wellenlängen astrophysikalisch besonders wichtiger Linien und anderes mehr. Das elfte Kapitel entspricht dem Titel einer modernen Spezialvorlesung: „Sonderfälle der Sternentwicklung“, gewissermaßen den pathologischen Erscheinungen, wie den Veränderlichen aller Klassen, den jungen und jüngsten Sternen und anderes mehr.

Es sei an dieser Stelle eine kritische Bemerkung gestattet. Gewiß hat ALLEN mit bestem Erfolg sich bemüht, in seinen Tabellen die neueste Literatur zu verwerten. Auch weist er im einleitenden ersten Kapitel auf die Möglichkeit, ja Gefahr, hin, daß manches in seiner Darstellung bald veralten mag. Für den Referenten gilt das z. B. bei den Doppelsternen, wo zum Teil nur in Abschnitten von zwei Jahrzehnten eine zusammenfassende Übersicht die erreichten Fortschritte zeigen kann. So werden z. B. die Angaben des § 109 bald teilweise zu verbessern sein. Eine ganz wichtige erste Änderung in der Definition einer der Grundkonstanten der gesamten Physik konnte das Buch natürlich noch nicht bringen. Durch Beschluß der Commission International des Poids et Mesures und der International Astronomical Union vom Herbst 1955 ist nämlich die Zeitsekunde nicht mehr der 86 400ste Teil des mittleren Sonnentages, sondern mit Rücksicht auf die Veränderlichkeit der Erdrotation festgelegt als der 31 556 925,975te Teil des Tropischen Jahres 1900,0.

Die ständige Erweiterung unseres Wissens wird aber überhaupt weite Teile der drei letzten Kapitel berühren. Sie sind den Sternpopulationen und der Statistik der Sonnenumgebung gewidmet (12. Kap.), dem interstellaren Raum mit seinen Gas- und Staubmassen und den elektromagnetischen Strahlungsfeldern (13. Kap.) sowie den Sternhaufen und Galaxien (14. Kap.).

Das letzte Kapitel enthält noch einige nützliche allgemeine Tafeln. Druck und Ausstattung des Buches sind sehr gut. Daß es unbedingt zu empfehlen ist, wurde schon eingangs gesagt.

J. HOPMANN, Wien

Zur Zustandsgleichung reiner fluider Stoffe insbesondere bei überkritischen Dichten.

Von H. BENZLER. (Abhandlungen der mathematisch-naturwissenschaftlichen Klasse. Jahrgang 1954; Nr. 4.) 76 S. Mainz: Verlag der Akademie der Wissenschaften und der Literatur.

Im ersten Teil der Broschüre schlägt der Verfasser eine neue Zustandsgleichung für das Flüssigkeitsgebiet bei überkritischen Dichten vor. Die Aktualität der durchwegs kritischen Untersuchung wird aus dem völligen Mangel an einer quantitativ brauchbaren Zustandsgleichung für den Flüssigkeitsbereich abgeleitet, im Gegensatz zu den zahlreichen Interpolationsformeln im Gasgebiet.

Da die statistisch begründeten Flüssigkeitstheorien nachstehenden Anforderungen des Autors nicht genügen, geht er empirisch vor. Die Zustandsgleichung soll ermöglichen: 1. Darstellung der Zustandsgrößen P , V und T mit einer technisch sinnvollen Genauigkeit. 2. Einfache Berechnung der kalorischen Zustandsgrößen. 3. Einfache Bestimmung der stoffabhängigen Konstanten der Zustandsgleichung. 4. Berücksichtigung eines eventuell erweiterten Theorems der übereinstimmenden Zustände.

Der Autor entschließt sich für die Projektion der Zustandsfläche auf die P , T -Ebene und schreibt die Zustandsgleichung in kritischen Einheiten in der Form

$$\pi = a(\delta) + b(\delta) [\vartheta - 1] + c(\delta) \frac{[\vartheta - 1]^2}{\vartheta}.$$

Um die analytische Form der Dichtefunktionen a , b , c zu vereinfachen, wird auf eine Wiedergabe des gesamten „fluiden“ Gebietes verzichtet und daher eine

zweite Zustandsgleichung für das Gasgebiet an der kritischen Dichte stetig angeschlossen. Die analytischen Eigenschaften des Ansatzes werden ausführlich diskutiert. Explizite Formeln für die Berechnung der kalorischen Zustandsgrößen (Energie, Entropie), der Inversions-, Boyle-, Ideal- und Joulekurve erleichtern dem Praktiker die zahlenmäßige Anwendung. Demselben Ziele dient die Diskussion einer gewissen Vereinfachung bei hohen Dichten und die Bereitstellung weiterer analytischer Ansätze.

Im zweiten Teil wird die Zustandsgleichung mit den vorhandenen Meßwerten an einigen Kohlenwasserstoffen verglichen. Die graphischen Darstellungen zu den Interpolationsformeln zeigen bei Äthylen, Propylen und CO_2 vollkommene Übereinstimmung mit den Experimenten.

Naturwissenschaftlich am interessantesten erscheint dem Referenten die Wiedergabe der thermodynamischen Daten der homologen Reihe der aliphatischen Kohlenwasserstoffe (bis C_{10}) in kritischen Einheiten. Wenn auch von einer Gültigkeit des Theorems der übereinstimmenden Zustände im ursprünglichen Sinne nicht die Rede sein kann, so lassen die Kurven doch eine eindrucksvolle stetige Abhängigkeit von der Kettenlänge erkennen (im Gegensatz zu den „Sägezahnkurven“ bei der Dissoziation der Dikarbonsäuren).

Die Darstellung ist sehr ausführlich gehalten und leicht zu lesen. Mit zahlreichen kritischen Literaturhinweisen (127 Zitate) darf die Arbeit auch ein allgemeineres Interesse beanspruchen.

L. BREITENHUBER, Graz.

Lehrbuch der Experimentalphysik. Zum Gebrauch bei akademischen Vorlesungen und zum Selbststudium. Von L. BERGMANN und CL. SCHAEFER. III. Band: Optik und Atomphysik. 1. Teil: Wellenoptik. Mit 427 Textabb., VIII, 421 S. Berlin: W. de Gruyter & Co. 1955.

Der vorliegende Band behandelt die sogenannte klassische Optik, das heißt jene Erscheinungen, welche durch die Annahme einer wellenförmigen Ausbreitung des Lichtes erklärt werden können. Alle Vorgänge, bei denen Licht mit Materie in Wechselwirkung tritt, wie Emission, Absorption, Wärmestrahlung, lichtelektrischer Effekt etc. sind dem Bande III, Teil 2, vorbehalten. Die Fülle des Stoffes zwingt den Referenten, sich auf die Besprechung einiger Teile zu beschränken. Im Kapitel I behandeln die Verfasser die geometrische Optik. Nach einem historischen Überblick über das Gebiet derselben und einer Abgrenzung ihres Gültigkeitsbereiches werden in klarer Weise die wichtigsten Grundbegriffe erörtert. Die nächsten Abschnitte sind der Reflexion und Brechung des Lichtes gewidmet, wobei insbesondere auf die Wirkungsweise praktischer Geräte, wie beispielsweise der Spiegelsextanten, eingegangen wird. Die Wirkungsweise gekrümmter Spiegel, ihre Abbildungsgleichung, der Verlauf der Lichtstrahlen etc. finden hier eine klare Darstellung. Daß natürlich auch wichtige Demonstrationsversuche für die Vorlesung nicht unerwähnt bleiben, ergibt sich von selbst. Alle Ableitungen zeichnen sich durch Klarheit und Einfachheit aus und auch die Abbildungen lassen an Übersichtlichkeit und Güte der Darstellung nichts zu wünschen übrig. So wird z. B. die Brechung des Lichtes an einer Kugelfläche mit allen ihren Spezialfällen und Möglichkeiten gründlichst behandelt und diskutiert. Aber auch die Brechung und Abbildung durch ein zentriertes System brechender Kugelflächen findet hier ihren Niederschlag. Dann folgt die Abbildung durch Linsen, welche geradezu als muster-gültig zu bezeichnen ist. Die Lage der Brenn- und Hauptpunkte bei allen Linsenformen wird rechnerisch und an Hand von Zeichnungen übersichtlich zusammen-gestellt. Ausführliche Tabellen und Abbildungen der Lichtstrahlenverläufe werden in gut lesbaren Schwarz-Weiß-Aufnahmen behandelt. Dann folgt eine Übersicht der wichtigsten Abbildungsfehler der Linsen. Das Material, das hier zusammen-

getragen ist, reicht ohnweiters für die praktischen Bedürfnisse des Experimentalphysiker aus, selbst wenn er sich mit Spezialfragen befaßt. Eine sehr klare Einsicht in das menschliche Auge und seine Wirkungsweise rundet die Behandlung dieses Kapitels auch nach der physiologischen Seite hin ab.

Den Abschluß bildet nach einem Anhang über die Optik der Atmosphäre ein ausführliches Namens- und Sachverzeichnis, sowie eine sehr übersichtliche Farbtabelle der Spektren und verschiedener Interferenzen. Das in früheren Besprechungen über das Werk Gesagte gilt auch hier; es liegt hier ein außerordentlich klares und pädagogisch einwandfreies Werk vor, das dem Verlag wie den Autoren das beste Zeugnis ausstellt und allen Studierenden wärmstens empfohlen werden kann.

L. HANKE, Graz

Mesons and Fields. Band II: Mesons. Von H. A. BETHE und F. DE HOFFMANN. Evanston/Illinois: Row, Peterson and Comp. 1955. \$ 8.00.

Infolge von Umständen, welche dem Referenten unbekannt sind, erschien der zweite Band des zu besprechenden Werkes vor dem ersten. Hierdurch wird gerade jener Teil der Fachwelt vorgelegt, der sowohl für den Theoretiker als auch für den Experimentator von Interesse ist. Hat doch gerade das Gebiet der Mesonen in der letzten Zeit eine immer bedeutsamere Stellung innerhalb der Kernphysik erobert. Die Vielzahl an Originalarbeiten und die Schwierigkeit des Studiums derselben mit ihren verschiedenen mathematischen Methoden, Bezeichnungsweisen und Maßeinheiten lassen es als besonders wünschenswert erscheinen, daß gerade eine Persönlichkeit vom Range BETHES sich der Aufgabe unterzieht, eine systematische Sichtung und Kritik des Stoffes durchzuführen. Aber nicht allein die Experimente der Mesonenphysik werden erörtert und in ihrer Wechselwirkung mit der Theorie verglichen; es werden auch vollkommen neue Ergebnisse gebracht, die durch Verwendung der neuesten und stärksten Beschleunigungsapparate höchster Energien gefunden wurden und daher besonders aktuell anzusehen sind.

Die Meson-Nukleonstreuung wird im Detail behandelt und eine lückenlose Diskussion, alle Möglichkeiten erschöpfend, gebracht. Dabei halten sich die Veröffentlichungen an die hauptsächlichsten Entdeckungen der letzten zehn Jahre, die sie gleichsam als Disposition an die Spitze stellen. Nicht alle Gebiete der Mesonenphysik werden mit gleicher Intensität erörtert. So wird bezüglich der μ -Mesonen, nach einem kurzen aber klaren Abriß, auf das bekannte Werk von MARSHAK (1952) verwiesen. Ebenso betrifft Details über die Erzeugung von π -Mesonen bei relativistischen Energien, speziell bei Mehrfacherzeugung.

Um Klarheit und Übersichtlichkeit zu erhalten, wird eingangs ein Abschnitt über die Bezeichnungsweisen gebracht. Erwähnenswert ist, daß die praktische Bezeichnungsweise von FEYNMAN zugrunde gelegt wird, die sich als zweckmäßig erwiesen hat. Da es unmöglich ist in einer Besprechung auf alle die vielen Teilgebiete einzugehen, die behandelt wurden, sei die Streuung herausgegriffen, welche ohnehin eine zentrale Stellung einnimmt. Dieses Kapitel wird durch eine allgemeine Behandlung der Streuung der π -Mesonen an Protonen eingeleitet. Dabei wird zuerst die Störungsrechnung bei schwacher Kopplung zugrunde gelegt. Daran schließen sich zwei Abschnitte über den isotopen Spin, welche außerordentlich instruktiv und allgemein gehalten sind. Hierauf folgt ein eingehendes Kapitel über die Analyse der Phasenverschiebungen, wobei die Methode von ASHKIN nicht unberücksichtigt bleibt. Die Diskussion der Streuexperimente wird zweckmäßig in solche niederer Energien und höherer Energien (größer als 120 MeV) geteilt. Reichhaltig und sorgfältig zusammengestellte Tabellen sorgen für gute Einsicht in die komplizierten Beziehungen. Es soll auch auf die Mesonentheorie hingewiesen werden, welche den Abschnitt III D umfaßt und welche in vorbildlicher Weise

eine wahre Fülle ausgesuchtesten Materials bringt. Hier findet der Leser alles, von der älteren Theorie der starken Kopplung WENTZELS an über die Theorien von BRUECKNER, CASE, WATSON, LEVY bis zu den heute so aktuellen Methoden von CHEW und DYSON! Auch auf eine klare Behandlung der TAMM-DANCOFF Methode mit ihrer Modifikation von DYSON sei besonders hingewiesen. Am Schluß des Werkes wird eine Übersicht über die Hyperonen, τ -Mesonen und andere experimentell gefundenen Teilchen gegeben.

Ein ausführliches Literaturverzeichnis erleichtert die detailliertere Behandlung einzelner Gebiete.

Das Werk schließt eine wichtige Lücke in unserer Literatur über die Mesonenphysik und es wäre sehr zu wünschen, wenn der erste Band nicht allzusehr auf sich warten ließe.

P. URBAN, Graz.

Darstellungen von Gruppen. Mit Berücksichtigung der Bedürfnisse der modernen Physik. Von H. BOERNER. (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften: Band 74.) Mit 15 Textabb., XI, 287 S. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer-Verlag. 1955. DM 33.—, geb. DM 36.60.

Die Darstellungstheorie der Gruppen findet in der theoretischen Physik von Jahr zu Jahr mehr Anwendungsmöglichkeit. Es ist daher Aufgabe jedes Physikers sich mit ihren Methoden vertraut zu machen. Das vorliegende Buch, welches eine wichtige Lücke in der deutschsprachigen Literatur ausfüllt, unternimmt es, alles Wissenswerte in übersichtlicher Weise zusammenzustellen und dabei auch vom mathematischen Standpunkt aus zu untermauern. Dabei werden viele kurze Hinweise in dem bekannten Buch von VAN DER WAERDEN, das bisher wohl eines der gebräuchlichsten Lehrbücher darstellte, breiter ausgeführt, so daß auch Fernerstehenden ein Zugang zu den etwas abstrakten Überlegungen ermöglicht wird. Vor allem bringt das Buch für den Physiker alle Darstellungen und Charaktere der wichtigsten Gruppen, wobei der Körper der komplexen Zahlen, bzw. ein algebraisch abgeschlossener Körper zugrunde gelegt wird. Bei den endlichen Gruppen wird die Theorie des Gruppenringes ausführlich abgeleitet und als Grundlage für die Gewinnung des Systems der Darstellungen verwendet. Dabei wird als Beispiel die Darstellungstheorie der symmetrischen Gruppe behandelt. Aber auch bei der Drehungsgruppe findet der Leser alles den heutigen Anforderungen des Physikers Wissenswerte. So werden z. B. ihre Darstellungen für beliebige Dimensionen gewonnen, was bekanntlich speziell in der modernen Theorie der Elementarteilchen mit beliebigen Spin sehr wichtig ist. Der Verfasser bedient sich bei der Behandlung der Drehgruppen der Methode von E. CARTAN, welche in ihrer Modifikation von STIEFEL sehr handlich wird. Ferner ist noch darauf hinzuweisen, daß auch die Spin-Darstellungen nicht übersehen wurden, was bei der heutigen Wichtigkeit der DIRACschen Theorie erwähnt werden muß. Die damit eng zusammenhängende Theorie der CLIFFORDschen Zahlen, auf welche schon SOMMERFELD in seinem 2. Band „Atombau und Spektrallinien“ hingewiesen hat, ist für die koordinatenlose Behandlung, wie Darstellung von besonderer Wichtigkeit.

Zum Schluß muß noch auf die Behandlung der LORENTZ-Gruppe hingewiesen werden, die in ausführlicher Weise dargestellt wird. Ein sehr umfangreiches Literaturverzeichnis ermöglicht ein weiteres Eindringen in die Probleme. Das Werk kann sowohl den Studierenden als auch den Dozenten aus theoretischer Physik wärmstens empfohlen werden.

P. URBAN, Graz

Ludwig Boltzmann. Mensch, Physiker, Philosoph. Von E. BRODA. Mit einem Geleitwort von H. THIRRING. VIII, 152 S. Wien: F. Deuticke. 1955. S 57.—, geb. S 66.—.

Das vorliegende Buch kann als ein gelungener Versuch bezeichnet werden, die Persönlichkeit und das Wirken BOLZMANNs dem Leser nahe zu bringen, sei er

nun Fachmann oder auch gebildeter Laie. Unbeschadet der Einteilung in die drei Kapitel „Mensch, Physiker, Philosoph“ entsprechend dem Titel, zeichnet der Verfasser ein einheitliches Bild vom Wesen BOLTZMANNs, von seiner menschlichen Größe, aber auch von seinen kleinen Schwächen. Viele seiner Gedankengänge werden in geradezu fesselnder Art und Weise dargestellt, was zum Teil auch darauf zurückzuführen ist, daß zahlreiche kurze Auszüge aus Vorlesungen und Veröffentlichungen BOLTZMANNs in das Buch aufgenommen wurden, womit auch gleichzeitig die Fähigkeit BOLTZMANNs demonstriert wird, seine Gedanken klar zu formulieren. Auch andere bedeutende Gelehrte kommen mit ihrer Meinung über BOLTZMANN und sein Werk zu Wort. Ein besonderer Wert des Buches, das je überhaupt wesentlich mehr als eine Biographie im landläufigen Sinn ist, liegt in einer entsprechenden Würdigung der Philosophie BOLTZMANNs. Man kann ein zusammenfassendes Urteil über dieses Werk kaum besser zum Ausdruck bringen, als es Prof. Dr. H. THIRING am Schluß seines Vorworts tut: „Daß BOLTZMANN nicht nur ein großer Physiker, sondern darüber hinaus einer der bedeutendsten Denker unseres Vaterlandes und ein liebenswerter Mensch voll Originalität und Witz war, mag aus diesem Buch hervorgehen, das von fachkundiger Hand und mit der nötigen Wärme und Begeisterung geschrieben, eine fühlbare Lücke in der Literatur ausfüllt.“

L. HANKE, Graz

Numerische Behandlung von Differentialgleichungen. Von L. COLLATZ. Zweite, neubearbeitete Auflage. (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften: Band LX.) Mit 118 Textabb. und einem Porträt, XV, 526 S. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer-Verlag. 1955. DM 56.—, geb. DM 59.60.

Daß so bald nach dem Erscheinen der ersten bereits eine zweite Auflage notwendig geworden ist, zeigt schon, wie sehr das Buch in der Praxis Anklang gefunden hat. Für diese war es ja tatsächlich schon lange ein Desideratum, von der Differentialgleichung, bzw. der theoretisch gegebenen Lösung zur numerischen Lösung den Weg aufzuzeigen. Gegenüber der ersten Auflage sind einige Fehlerabschätzungen bei elliptischen und parabolischen partiellen Differentialgleichungen hinzugekommen, ferner wurden in einem eigenen Abschnitt verschiedene Hilfsmittel und allgemeine Prinzipien zusammenfassend behandelt. Auch in der neuen Fassung wird das Buch seine Anziehungskraft bewahren. H. HORNICH, Graz

Dislocations and Plastic Flow in Crystals. Von A. H. COTTRELL. Mit 93 Abb. im Text und auf 8 Tafeln, X, 223 S. Oxford: Clarendon Press. 1953.

Die Zurückführung der durch Gleitebenen bewirkten Kristallplastizität auf die arbeitssparende Wanderung von „Versetzungen“ hat Deutung und Erforschung dieses Gebietes so stark befruchtet, daß seine theoretische Behandlung auf dieser Grundlage bereits ein selbständiges Wissensgebiet darstellt. So ist es das Ziel des Buches von COTTRELL, in dieses Gebiet einzuführen und eine allgemeine Übersicht über jene Erscheinungen zu geben, die dem Versetzungsmechanismus bisher erschlossen wurden. Die Darstellung beginnt mit dem Kapitel „The Interpretation of Slip in Crystals“ (27 Seiten), entwickelt die „Elastic Properties of Dislocations“ (30 Seiten) und bespricht hierauf das Verhalten der Versetzungen in den einfachsten Kristallgittern, beim Kristallwachstum und an Korngrenzen („Dislocations in Crystals“, 42 Seiten). Der Abschnitt „Theories of the Yield Strength“ (52 Seiten) betrifft die Bedingungen des Plastizitätsbeginnes, nicht nur von Ein- und Vielkristallen, sondern auch ihre Beeinflussungsarten durch Fremdstoffe. Die mit der fortschreitenden Plastizitätsbetätigung, dem plastischen Fließen, verknüpften Erscheinungen sind im Schlußkapitel über „Work Hardening, Annealing, and Creep“ (65 Seiten) dargestellt. Zur Erleichterung der Benutzung des Buches ist ein Autorenverzeichnis (3 Seiten) und ein Sachverzeichnis (5 Seiten) angefügt.

Das Buch ist anschaulich geschrieben, gut illustriert und kann als eine sehr begrüßenswerte Einführung in die Theorien der Versetzungsplastizität bezeichnet werden. Allerdings betrifft die Darstellung im wesentlichen nur das Verhalten kubischer und hexagonaler Metalle, indem auch nur ungerichtete und verhältnismäßig schwache Bindekräfte zwischen den Gitterbausteinen berücksichtigt sind. Eine umfassende Behandlung der Kristallplastizität müßte davon ausgehen, daß diese Erscheinung keine Eigenschaft sämtlicher Kristalle darstellt und wesentlich vom Fehlbau der Kristalle abhängt. Die für beides maßgebenden Umstände sind entweder nicht oder nur andeutungsweise erwähnt, obwohl ihre Würdigung auch im Rahmen der Zielsetzung des vorliegenden Werkes möglich gewesen wäre.

A. SMEKAL, Graz

Vorlesungen über Differential- und Integralrechnung. Von R. COURANT. I. Band: Funktionen einer Veränderlichen. Dritte, verbesserte Auflage. Mit 126 Textabb., XI, 450 S. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer-Verlag. 1955. Geb. DM 33.—.

Die nun in dritter, stark veränderter Auflage erschienenen Vorlesungen wenden sich wieder mit ihren zahlreichen Anwendungsbeispielen vor allem an den Naturwissenschaftler und den Ingenieur. Tatsächlich ist diesen heute längst nicht mehr mit einer Formelsammlung oder beiläufigen Erklärungen der mathematischen Begriffe gedient und das Bedürfnis nach einer gründlichen Ausbildung in der Mathematik ist in der Praxis allgemein geworden. Das vorliegende Buch war und ist aus diesem Bedürfnis entstanden und kommt der im Anschaulichen haftenden Gedankenwelt des angesprochenen Leserkreises soweit wie möglich entgegen, ohne auf mathematische Strenge zu verzichten.

Gegenüber den ersten beiden Auflagen sind vor allem hinzugekommen: Das Prinzip der vollständigen Induktion, die Intervallschachtelung, der WEIERSTRASSsche Approximationssatz, die LAGRANGESche und die NEWTONSche Interpolationsformel, BERNOULLISChe Polynome und Anwendungen, die EULERSche Summenformel, die EULERSche Konstante.

H. HORNICH, Graz

Grundzüge der Tensorrechnung in analytischer Darstellung. Von A. DUSCHEK und A. HOCHRAINER. In drei Teilen. III. Teil: Anwendungen in Physik und Technik. Mit 25 Textabb., VI, 250 S. Wien: Springer-Verlag. 1955. S 144.—, DM 24.—, § 5.70, sfr. 24.50.

Nunmehr ist der 3. Teil der „Grundzüge der Tensorrechnung in analytischer Darstellung“ erschienen und bringt die lange erwarteten Anwendungen auf Probleme von Physik und Technik. Die Verfasser bearbeiten vor allem drei Gebiete: Mechanik, Thermodynamik und Elektrizität, sowie auch die Relativitätstheorie. Hervorzuheben ist die klare Darstellungsweise und die sehr präzise Durchführung aller Fragestellungen, welche besonders für Studierende der Naturwissenschaften zum Studium sehr geeignet erscheint. Erwähnt muß auch die Behandlung der vektoriellen Doppelfelder werden (siehe die §§ 47 und 48), in welcher „zum ersten Mal versucht wird, eine ganze Reihe von Eigenschaften der im folgenden behandelten speziellen physikalischen Felder unter einen gemeinsamen geometrischen Hut zu bringen“. Das Werk liegt nunmehr abgeschlossen vor und ist jedem Studierenden unserer Fachrichtung bestens zu empfehlen.

L. HANKE, Graz

Shell Theory of the Nucleus. Von E. FEENBERG. (Investigations in Physics: Nr. 3.) Mit Textabb., XI, 211 S. Princeton: Princeton University Press. 1955. \$ 4.—.

Das Buch richtet sich an Leser, die mit den Grundlagen der Kernphysik und Quantentheorie vertraut sind und bringt eine klare und exakte Darstellung aller

aus dem Einzelnukleonenmodell hervorgegangenen Schalenmodelle. Ausgehend vom empirischen Material (Vorkommen und Stabilität der Elemente, Einfangsquerschnitt gegen Neutronen, Kernmomente und Isomerien) wird das zur Deutung der magischen Nukleonzahlen 1949 entwickelte Einzelnukleonenmodell erklärt und das Energieschema für die Nukleonen unter Zugrundelegung verschiedener Potentiale und starker Spin-Bahn-Kopplung berechnet. Nach einer kurzen Charakterisierung der verschiedenen Annahmen über den Kernaufbau und die daraus entstandenen Kernmodelle werden diese zur Ermittlung der magnetischen Momente und der elektrischen Quadrupolmomente herangezogen und die Werte mit dem Experiment verglichen. Anschließend erfährt man, inwieweit sich Messungen von Lebensdauern, Energien und Ordnungen der Multipolstrahlung bei der Umwandlung isomerer Zustände, sowie die Daten des β -Zerfalles der Kerne mit den diversen Modellen erklären lassen. Ein eigener Abschnitt wird den Matrixelementen für $j-j$ -Kopplung in den Spezialfällen $j = 1/2, 3/2, 5/2$ gewidmet. Die Modifikationen der Schalenstruktur durch die Mitberücksichtigung kollektiver Bewegungen der Nukleonen (elliptische Deformation, freie Oberflächenschwingungen) werden im vorletzten Abschnitt eingehend behandelt. Das Buch schließt mit einer Diskussion der Kernkräfte und einem Ausblick auf die neueren Entwicklungen.

Der Verfasser gibt dem auf diesem Gebiet Tätigen durch explizite Angabe der Operatoren, Zustandsfunktionen und Matrixelemente die Möglichkeit, konkrete Probleme mit geringstem Zeitaufwand durchzurechnen. Sehr wertvoll sind sowohl für den Theoretiker als auch für den Experimentator die umfangreichen Tabellen gemessener und berechneter Werte, die in den Text eingestreut sind. Das Autoren- und Sachverzeichnis am Schluß des Buches und vor allem die jedem einzelnen Kapitel angeschlossenen Literaturangaben machen die Monographie, die einen der ersten zusammenfassenden Berichte über dieses Wissensgebiet darstellt, zu einem empfehlenswerten Nachschlagwerk.

T. KASSECKER, Graz

Reaktionen in und an festen Stoffen. Von K. HAUFFE. (Anorganische und allgemeine Chemie in Einzeldarstellungen: Band II.) Mit 427 Textabb., XI, 696 S. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer-Verlag. 1955. Geb. DM 78.—.

In den letzten Jahrzehnten hat sich ein fast unübersehbares Tatsachenmaterial über Reaktionen im festen Zustand angesammelt, so daß aus diesem Zwischengebiet von Chemie und Physik, dessen Existenz lange Zeit überhaupt angezweifelt wurde, ein eigener Forschungszweig entstand, den nunmehr die physikalischen Arbeitsmethoden und Denkweisen weit eher charakterisieren können als deren vorwiegend chemische Problemstellungen und Ergebnisse. Erst das grundlegende Wissen über Fehlstellen, Kristallstörungen, Diffusion in Festkörpern und die Physik der Randschichten lieferte den Schlüssel zum Verständnis der verschiedenen Reaktionsmechanismen, unter denen viele, insbesondere die komplizierten keramischen Reaktionen, noch gar nicht erforscht sind. Aber auch hier weisen rein physikalische Methoden wie Aktivierungsanalyse und Isotopendiffusionstechnik die Wege zum Erfolg. Der Verfasser verdient, einer der großen Pioniere dieses Wissensgebietes genannt zu werden, umso mehr als das vorliegende Werk überhaupt die erste und einzige zusammenfassende Darstellung des Stoffes liefert, wenn man von dem vor 18 Jahren erschienenen Buch von JOST über „Diffusion und chemische Reaktion in festen Stoffen“ absieht, dessen Umfang der Aktualität des Gebietes nicht mehr genügen konnte. Das Buch beginnt mit einer Einführung in die Theorie der Fehlordnungerscheinungen, wie sie ursprünglich von FRENKEL und SCHOTTKY entwickelt wurde, bespricht darauf den Einfluß irreversibler Kristallstörungen auf das Zustandekommen von Festkörperreaktionen und er-

weitert, immer in Hinblick auf den speziellen Problemkreis, die Theorie der Fehlordnungerscheinungen nach Arbeiten von C. WAGNER und W. SCHOTTKY (thermodynamische Behandlung) und ergänzt sie durch die vorliegenden modellmäßig energetischen Berechnungen fehlgeordneter Ionenkristalle nach JOST und MOTT. Ein sehr ausführliches Kapitel behandelt darauf die physikalischen Konsequenzen der Fehlordnung in Ionen- und Valenz-Kristallen, besonders hinsichtlich der elektrischen Leitfähigkeit, was nicht verwundert, da die Dynamik der elektronischen und materiellen Ladungsträger für den Mechanismus und den Ablauf der Reaktionen in festen Stoffen von entscheidender Bedeutung ist. Außerdem bilden elektrische Leitfähigkeitsmessungen den bisher wohl größten Anteil des experimentellen Materials zur Erforschung des Fehlordnungszustandes. Im nächsten Abschnitt werden die Randschichterscheinungen und die Chemisorption von Gasen an Festkörpern behandelt. Die Theorie knüpft eng an die in der Halbleiterphysik gewonnenen Erkenntnisse an, ja bildet eigentlich eine ihrer überzeugendsten Anwendungen. Hier gewinnt man einen ersten Einblick in die noch sehr wenig erforschte Wirkungsweise heterogener Katalysatoren, ein Gebiet, auf dem die industriellen Anwendungen der reinen Grundlagenforschung besonders rasch folgen. Das Kernstück des Buches bildet die Behandlung der Diffusionsvorgänge in festen Stoffen. Die phänomenologische Theorie ist knapp gehalten, bringt jedoch das Prinzipielle, die wichtigsten Grundlösungen und Anleitungen zur numerischen Auswertung, immer auf das engste verbunden mit praktischen Beispielen. Anschließend wird in eleganter Form das vermittelt, was heute an der atomistischen Theorie der Diffusion als gesichert gelten kann. Im einzelnen werden dann noch die verschiedenen energetisch-geometrischen Möglichkeiten der Diffusion (Volums-, Korngrenzen- und Oberflächendiffusion) in Zusammenhang mit einem schon recht umfangreichen experimentellen Material mitgeteilt. Damit ist das Rüstzeug zum Verständnis der meisten Festkörperreaktionen bereitgestellt. Der spezielle Teil des Buches enthält die Theorien der Oxydationsvorgänge, der Bildung von Ionenverbindungen höherer Ordnung, sowie eine Erklärung der wesentlichen Vorgänge bei Reduktions- und Röstprozessen. Hier wurde auf Vollständigkeit bewußt verzichtet, indem hauptsächlich Reaktionen diskutiert wurden, die sich durch den Komplex Fehlordnungstheorie-Diffusionstheorie-Randschichtentheorie erklären lassen, da eine allgemeinere Darstellung noch nicht gegeben werden kann, weil verschiedene Einzel-Mechanismen noch nicht näher bekannt sind. Dadurch ergab sich die Möglichkeit, die gebrachten Beispiele wirklich bis ins Detail zu besprechen. Man gewinnt den Eindruck, daß der Verfasser viele der entscheidenden Schlußfolgerungen aus der Zusammenschau zahlreicher Einzelarbeiten selbst gezogen hat, so daß wohl manches hier erstmalig ausgesprochen sein dürfte.

Allgemein kann das Erscheinen des Werkes nur auf das wärmste begrüßt werden, da dieses eine fühlbare Lücke in der Literatur auf vortreffliche Weise ausfüllt.

H. STIPPEL, Graz

Bericht über den V. Internationalen Astronautischen Kongreß. Innsbruck, 5. bis 7. August 1954. Im Auftrage der Österreichischen Gesellschaft für Weltraumforschung herausgegeben von F. HECHT. Mit 165 Textabb., VI, 307 S. Wien: Springer-Verlag. 1955. S 348.—, DM 58.—, \$ 13.80, sfr. 59.30. Vorzugspreis für Mitglieder der IAF und für Bezieher der „Astronautica Acta“ S 278.40, DM 46.50, \$ 11.05, sfr. 47.50.

Die vorwiegend in deutscher, zum Teil aber auch in englischer, französischer und italienischer Sprache in Innsbruck gehaltenen Vorträge des 5. internationalen astronautischen Kongresses wurden alle im vorliegenden Bericht und in den ersten Heften der Astronautica Acta veröffentlicht. Die Arbeiten beschäftigen sich mit

den verschiedenartigsten Problemen der Astronautik und zeigen, daß in der ganzen Welt an diesen Problemen ernsthaft wissenschaftlich gearbeitet wird. Die Fülle der hochstehenden Beiträge vermittelt eine ausgezeichnete Übersicht über den derzeitigen Stand der Astronautik und ihrer Nachbarwissenschaften, die ja von Raketentechnik, Gasdynamik, Ballistik, Raumfahrtmedizin, Technologie bestimmter Werkstoffe etc., etc. bis zur internationalen Raumfahrt reichen. Es werden also nicht nur die an der Astronautik interessierten Leser, sondern auch der Geophysiker, der Hohenstrahlungsforscher, der Physikochemiker und viele andere aus der Lektüre dieses Berichtes Gewinn ziehen.

F. CAP, Innsbruck

V. Internationales Kolloquium für Spektroskopie in Gmunden vom 30. August bis 3. September 1954. (Mikrochimica Acta: Heft 2/3, 1955.) Mit 272 Textabb. und 4 farbigen Abb. auf einer Tafel, 544 S. Wien: Springer-Verlag. 1955. S 528.—, DM 88.—, \$ 20.95, sfr. 90.10. Für Abonnenten der „Mikrochimica Acta“ S 426.—, DM 77.—, \$ 18.35, sfr. 78.90.

Das vorliegende Doppelheft der Mikrochimica Acta enthält die Originaltexte fast aller Vorträge, die beim V. Internationalen Kolloquium für Spektrochemie 1954 in Gmunden gehalten wurden. Die 56 Vortragenden entstammen, wie F. X. MAYER im einleitenden Bericht feststellt, 42 Berufsgruppen. Dies bedingt, daß fast alle Teilgebiete der Spektrochemie zu Wort kommen. Dabei kann man sich unschwer durch das Lesen der Vorträge und insbesondere der im Anschluß an diese stattgefundenen Diskussionen darüber orientieren, welche Probleme der Spektrochemie heute in der Hauptsache behandelt werden.

Es ist nicht leicht, eine systematische Zusammenfassung der Themen zu geben; denn es werden Probleme der Emissions- und Absorptionsspektroskopie in allen Wellenbereichen, im ultravioletten, sichtbaren und infraroten Bereich behandelt. Dazu finden wir Vorträge über Flammenphotometrie, Fluoreszenz, RAMAN-Linien und Röntgenstrahlen. Und alle diese Gebiete werden von Physikern und Chemikern, von Analytikern und Technikern behandelt.

Ein großer Teil der Vortragenden beschäftigt sich mit methodischen und apparativen Problemen der Emissionsspektroskopie. Man sprach über die Form der Elektroden, den Entladungsvorgang, die Temperatur im Bogen, den Einfluß des Entladungsgases und andere Bedingungen, die das Spektrum beeinflussen. Man findet Anregungen und apparative Vorschläge, die die Auswertung des Spektrums betreffen. Eine lange Diskussion lösten z. B. zwei Vorträge aus, die die subjektive, photometrische und photographische Auswertung gegenüberstellten.

Die Anwendung der Emissionsspektroskopie in der Analyse (von Erzen, Silikaten, Metallen und Nichtmetallen) wird von mehreren Vortragenden behandelt. Hier scheint wieder die Analyse der Nichtleiter besonderes Interesse zu erwecken. Erwähnt sei, daß auch über die analytische Auswertung der Emission im ultravioletten (Bestimmung von Phosphor und Kohlenstoff) und infraroten Wellenbereich gesprochen wird.

Eine weitere Gruppe von Vortragenden beschäftigt sich mit Fragen der Absorptionsspektroskopie, insbesondere im ultravioletten Bereich. Man sprach über analytische und apparative Probleme, sowie über die Anwendung der Absorption zur Klärung der Konstitution und der physikochemischen Eigenschaften der Stoffe.

A. HOLASEK, Graz

An Introduction to Reactor Physics. Von D. J. LITTLER und J. F. RAFFLE. Mit zahlreichen Textabb., X, 196 S. London: Pergamon Press Ltd. 1955. 25 s.

Es sei gleich vorweggenommen: Das Buch hält, was der Titel verspricht. Die Verfasser veröffentlichen hier ihre an der Reaktorschule in Harwell gehaltenen

Vorlesungen für Physiker und Ingenieure, die sich mit dem Entwurf und Betrieb von Kernreaktoren befassen wollen.

Nach kurzen einleitenden Kapiteln, die sich mit der allgemeinen kernphysikalischen Grundlage beschäftigen (Atommodell, Atomkern und Radioaktivität, Isotopenproduktion) wird im vierten Kapitel die Kernspaltung behandelt, wobei in theoretischer Hinsicht ganz kurz auf das Tröpfchenmodell des Atomkerns verwiesen wird. Im Kapitel 5 finden wir eine ausgezeichnete Erklärung des Begriffes Wirkungsquerschnitt (diese Bemerkung ist durchaus nicht trivial, da die meisten Lehrbücher in dieser Hinsicht große Unklarheit walten lassen). Ebenso wie dieses gehen auch die folgenden Kapitel über Neutronendiffusion und Berechnung der kritischen Größen hauptsächlich auf das bekannte Buch von GLASSTONE und EDLUND zurück, was die Autoren auch schon im Vorwort zum Ausdruck bringen. Hierauf folgt ein Kapitel über die notwendigen Bedingungen für eine Kettenreaktion und die einfachste Behandlung des Bremsvorganges, in der sich die Autoren auf die Bestimmung der Zahl der Stöße mit Moderatoratomen in Abhängigkeit vom mittleren logarithmischen Energieverlust und die Gewinnung eines Ausdruckes für den mittleren Kosinus des Streuwinkels beschränken. Da das Buch in erster Linie auf die praktischen Erfordernisse Rücksicht nimmt und als Einführung, bzw. Repetitorium gedacht ist, scheint dies kein Mangel, umso mehr als über diese Spezialgebiete schon ausgezeichnete Zusammenfassungen existieren (vgl. wieder GLASSTONE-EDLUND oder HEISENBERG, Theorie der Neutronen). Etwas ausführlicher ist wieder das neunte Kapitel über die Ermittlung der Konstanten heterogener Anordnungen. Im weiteren wird kurz und klar das Notwendigste über Reflektoren, Steuerstäbe, Kühlung und das Zeitverhalten der Reaktoren gebracht, und auch etwas genauer auf Sekundärprozesse und Abschirmungsprobleme eingegangen. Die abschließenden Kapitel vermitteln die Theorie der mit einem Reaktor in Zusammenhang stehenden Meßgeräte.

Das Studium des Buches wird durch Anführen einfacher Beispiele und die klare Sprache und übersichtliche Form sehr erleichtert. Reaktorphysiker und -techniker werden das Buch zur Auffrischung ihrer Kenntnisse gut gebrauchen können. Der Rezensent schließt sich aber auch dem Wunsche der Verfasser an, daß dieses Buch den Studenten das Studium dieses neuen Wissenszweiges erleichtern möge.

Darüber hinaus wäre es jetzt bestimmt schon an der Zeit, eine regelmäßige einführende Vorlesung über Reaktorphysik an den zuständigen Hochschulen zu halten. Die Stoffauswahl hierfür erleichtert dieses Buch wesentlich.

H. ZINGL, Graz

Luminescence (with particular reference to solid inorganic phosphors). A symposium held by the Electronics Group of The Institute of Physics at the Cavendish Laboratory, Cambridge from the 7 to 10 April, 1954. (British Journal of Applied Physics: Supplement No. 4.) Mit zahlreichen Textabb., IV, 119 S. London: The Institute of Physics. 1955. 25 s.

Die außerordentliche Veröffentlichung des britischen Institute of Physics bringt diesmal einen Bericht über das Symposium, das unter obigem Titel vom 7. bis 10. April 1954 in Cambridge abgehalten wurde, nachdem die letzte internationale Tagung über Fragen der Lumineszenz 1938 in Oxford stattgefunden hatte. Der erste Vortrag umreißt in großen Zügen den damaligen Stand der Erforschung anorganischer Phosphore und die hauptsächlich praktischen und theoretischen Fortschritte, die seit dieser Zeit gebucht werden konnten. Man sieht, daß viele Probleme, die heute gelöst sind, damals noch nicht einmal angedeutet wurden. Demgegenüber gibt der zweite einleitende Bericht einen Überblick über die noch

offenen Fragen. Leider konnte er als einziger nicht in der Vortragsform, sondern nur summarisch wiedergegeben werden, da die große Anzahl der Lichtbilder den Rahmen des Berichtes gesprengt hätte. Immerhin ersieht man, daß eine zusammenfassende Theorie der Lumineszenz wesentlich auf jene der Festkörperphysik und -chemie, der Fehlstellen- und Randschichtenphänomene zurückgehen wird, wobei in gewissen Fällen auch noch die Sekundärstruktur der Leuchtstoffe berücksichtigt werden muß. Die Begründung der Aktivatorwirkungen bildet das Zentrum der derzeitigen theoretischen Bestrebungen. Mehrere Referate (12, 14, 15, 19) befassen sich speziell mit diesen Fragen, und es scheint, als ob verhältnismäßig einfache Energiebändermethoden der Quantentheorie schon einsehen lassen, warum nur einige wenige Ionenarten die Lumineszenz aktivieren. Eine andere Gruppe von Referaten (6 bis 10) informiert über den gegenwärtigen Stand der Elektrolumineszenz. Obwohl der Mechanismus des Entstehens dieser Erscheinung noch keineswegs geklärt ist, hat ihre Bedeutung seit der Entdeckung durch GUDDEN und POHL enorm zugenommen, was vor allem aus den Konstruktionsanweisungen für Elektrolumineszenzlampen hervorgeht. Die nun schon klassisch gewordene Auslösung der Lumineszenz durch Elektronenstrahlen kommt in zwei Referaten zur Sprache: Ein auf die Praxis gerichteter Artikel (1) befaßt sich hauptsächlich mit der Wirksamkeit und Lebensdauer von Leuchtschirmen, während der andere (20) eine strengere Theorie der Kathodolumineszenz zu geben versucht, indem er auf das Streuverhalten der Elektronen im Leuchtstoff eingeht und die Einflüsse der Sekundäremission auf die Anregung von Leuchtstoffen diskutiert. Last not least bringen viele Referate Einzelheiten über neue und wirksamere Leuchtstoffe und Wege zur rationelleren Ausnützung der bereits bekannten, was nicht nur für die praktische, sondern auch die theoretische Weiterentwicklung des Fachgebietes äußerst wertvoll ist, da, wie in einem Berichte ausdrücklich hervorgehoben, die Bildung konkreter theoretischer Vorstellungen maßgeblich von weiteren experimentellen Resultaten abhängig sein wird, und diese zuverlässiger und zugänglicher sind, wenn bessere Leuchtstoffe zur Verfügung stehen. H. STIPPEL, Graz

Equazioni alle derivate parziali di tipo ellittico. Von C. MIRANDA. (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete. Neue Folge: Heft 2.) VIII, 222 S. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer-Verlag. 1955. DM 28.80.

In dieser schönen Darstellung der elliptischen Differentialgleichungen von n Variablen werden nach den grundlegenden Integralförmeln und der Integraldarstellung von Funktionen die Randwertprobleme durch Integralgleichungen behandelt (nach GIRAUD, LEVI u. a.) und auch die verallgemeinerten Lösungen gegeben, wie sie von WIENER, PERRON untersucht wurden, und weiter mit dem Satz von HAHN-BANACH durch Arbeiten von CACCIOPOLI u. a., ferner die Methode von PICONE. Verhalten der Lösungsfunktionen — Analytizität von Lösungen — und ganz kurz vermischte Differentialgleichungen, Differentialgleichungen höherer Ordnung und Systeme von Differentialgleichungen. H. HORNICH, Graz

Elektronik des Einzelelektrons. Von F. OLLENDORFF. (Technische Elektrodynamik. Band II/Teil 1.) Mit 313 Textabb., XII, 643 S. Wien: Springer-Verlag. 1955. Geb. S 582.—, DM 97.—, \$ 23.10, sfr. 99.30.

Der bekannte technische Physiker F. OLLENDORFF hat es unternommen die theoretischen Grundlagen der modernen Elektronik systematisch im Rahmen eines mehrbändigen Werkes darzustellen. Es sei gleich vorweggenommen, daß dies dem Autor, der sich seine Aufgabe nicht leicht gemacht hat, in hervorragender Weise gelungen ist.

Der vorliegende Band befaßt sich mit der sogenannten inneren Elektronik, welche den Bewegungsmechanismus der Elektronen unter dem Einfluß von elektro-

magnetischen Feldern zum Gegenstand hat. Während sich der folgende Band mit dem Studium der Elektronenkollektive beschäftigen soll, ist dieser dem Einzelelektron gewidmet. Es wird also prinzipiell von dem Einfluß der den Elektronen und ihrer Bewegung zugeordneten inneren Felder abgesehen und lediglich eingeprägte elektrische und magnetische Kräfte in Betracht gezogen. Diese sind nicht primär vorgesehen, sondern werden durch passend gewählte Kondensatoren, bzw. Stromspulen erzeugt. In großer und erfreulicher Ausführlichkeit behandelt der Autor die Feldberechnung der für die Elektronik wichtigsten Kondensatortypen, wobei ausgiebig die komplexen Integrationsmethoden der ebenen Potentialgleichung zu Hilfe gezogen werden. Mit der gleichen Gründlichkeit ist die Berechnung der magnetischen Felder der verschiedenen Stromspulentypen durchgeführt, so daß der Leser einen umfassenden Einblick in die mathematische Behandlung eines Problemkreises erhält, der sonst in der Literatur nicht allzu leicht zugänglich ist.

Den eigentlichen Schwerpunkt des Buches bildet jedoch die mathematische Darstellung der Elektronenbewegung. Die ersten Kapitel des Buches sind elementar gehalten und bringen Bewegungsprobleme des Elektrons ohne Verwendung der höheren analytischen Mechanik. Eine Fülle von aktuellen Beispielen finden ihre vollständige rechnerische Behandlung wie z. B. die Theorie des Astronschen Massenspektrographen, des Magnetrons, des Zyklotrons und v. a.

Nach einer eingehenden Darstellung der analytischen Mechanik des Einzelelektrons, wobei das HAMILTONSche Prinzip, das Prinzip der kleinsten Wirkung und die Theorie der kanonischen Gleichungen ihren besonderen Platz einnehmen, wendet sich der Verfasser der Theorie des Elektronenmikroskopes zu, welche im Abschnitt „Über elektronenoptische Systeme der GAUSSschen Dioptrik“ mit aller Ausführlichkeit behandelt wird. Eine ebenso eingehende Darstellung der Abbildungsfehler schließt sich mit einem Kapitel „Über die elektronenoptische Aberration“ an, wobei hier die verschiedenen Eikonale abgeleitet und zur Störungsrechnung benützt werden. Während die bisherigen Abschnitte auf die klassische Mechanik aufgebaut waren, behandelt das letzte Kapitel Probleme der relativistischen Mechanik und insbesondere die Theorie schnell bewegter Ladungsträger. Hier hat auch die Theorie des Betatrons, des Synchro-Zyklotrons und des Synchrotrons seinen Platz.

OLLENDORFF hatte es sich, wie schon anfangs bemerkt, nicht leicht gemacht und setzt auch bei seinem Leser Zähigkeit voraus. Trotz klarer Diktion ist das Buch nicht allzu leicht verständlich, was zum Teil auf die eigenwillige und knappe Sprache des Autors zurückgeht. Die sehr ausführlichen Zwischenrechnungen erleichtern zwar die Lektüre, doch ist der Verfasser vielleicht aus diesem Grunde gezwungen, manchesmal an begrifflich schwierigen Stellen sich kurz zu fassen. Diese mehr individuell empfundenen Bemerkungen des Rezensenten sollen jedoch keineswegs den Wert dieses ausgezeichneten Buches beeinträchtigen. Hat doch der Verfasser mit seinem Werk, welches einen denkbar weiten Bogen spannt, dem Elektroniker und darüber hinaus dem technischen Physiker ein Geschenk bereitet, dem wegen der Fülle des Gebotenen, der Gründlichkeit der mathematischen Darstellung und der guten Stoffauswahl besondere Bedeutung zukommt.

P. URBAN, Graz

Niels Bohr and the Development of Physics. Herausgegeben von W. PAULI unter Mitwirkung von L. ROSENFELD und V. WEISSKOPF. VII, 195 S. London: Pergamon Press Ltd. 1955. 30 s.

Anläßlich des 70. Geburtstages von NIELS BOHR gaben W. PAULI, L. ROSENFELD und V. WEISSKOPF einen Band heraus, der eine Reihe von Arbeiten enthält,

deren Autoren zu den Mitarbeitern und Freunden Prof. BOHRs zählen. Die einzelnen Kapitel befassen sich mit verschiedenen Teilgebieten der Physik, auf denen man dem großen Physiker selbst so bedeutende Fortschritte zu verdanken hat.

Aus dem Inhalt: C. G. DARWIN: The discovery of atomic number. W. HEISENBERG: The development of the interpretation of the quantum theory (Entwicklung der Interpretation von 1924 bis 1927; die sogenannte Kopenhagener Interpretation und die daran geübte Kritik). W. PAULI: Exclusion principle, Lorentz group and reflexion of space-time and charge. (Es werden lorentzinvariante, quantisierte Feldtheorien mit Wechselwirkung betrachtet; unter sehr allgemeinen Voraussetzungen wird die Gültigkeit der "strong reflection" bewiesen. Dabei wird der bekannte Zusammenhang zwischen Spin und Statistik als gültig angenommen.)

L. D. LANDAU: On the quantum theory of fields (Weiterführung von Arbeiten von LANDAU, ABRIKOSOV, KHALATNIKOV u. a. über Quantenelektrodynamik und Mesonentheorie).

L. ROSENFELD: On quantum electrodynamics. (Im Anschluß an die bekannte Arbeit von BOHR und ROSENFELD werden die Meßbarkeit von elektromagnetischen Feldern sowie von Ladungs- und Stromdichten analysiert. Es folgt ein Abschnitt über die formale Struktur der Quantenmechanik.)

O. KLEIN: Quantum theory and relativity. (Es werden, ausgehend von der allgemeinen Relativitätstheorie, die Grundlagen einer Quantentheorie des elektromagnetischen Feldes und des DIRAC-Feldes skizziert.)

H. B. G. CASIMIR: On the theory of superconductivity. (Diskussion von Ergebnissen und Schwierigkeiten in der Theorie der Supraleitfähigkeit; Theorie von HEISENBERG, EINSTEIN-BOSE-Modell etc.)

F. L. FRIEDMAN and V. F. WEISSKOPF: The compound nucleus. (Diskussion von verschiedenen experimentellen Daten auf Grund einer Kombination des Einteilchenmodells und des „compound-Kern-Bildes“.)

J. A. WHEELER: Nuclear fission and nuclear stability. (Die Arbeit untersucht der Stabilität der schwersten Kerne gegen spontane Spaltung, Neutronenemission sowie α - und β -Zerfall auf Grund des sogenannten collectiv model.)

J. LINDHARD: On the passage through matter of swift charged particles. (Der Verfasser diskutiert verschiedene Methoden zur Berechnung des Energieverlustes von geladenen Partikeln beim Durchgang durch Materie.)

A. FLORIAN, Graz

Quantum Theory of Solids. VON R. E. PEIERLS. Mit Textabb., VIII, 229 S. Oxford: At the Clarendon Press. 1955. 30 s.

Das eben erschienene Werk baut die Theorie der Festkörper auf den Grundprinzipien der Quantenmechanik auf. Nach einer kurzen Zusammenfassung der allgemeinen Begriffe und Theorien, welche alles Wissenswerte über Strukturen, Atomschwingungen, elastische Konstante, etc. umfaßt, behandelt der Verfasser die Theorie der spezifischen Wärme und Leitfähigkeit. Darauf folgt ein Abriß über die Wechselwirkung von Licht mit nichtleitenden Kristallen, in dem auch auf die Streuung von Licht und Neutronen eingegangen wird. Das nächste Kapitel behandelt das Verhalten von Elektronen in einfachen Gittern nach den grundlegenden Arbeiten von F. BLOCH, sowie einige Oberflächenprobleme. Dann folgt ein Abschnitt über Kohäsionskräfte in Metallen, der eine sehr klare und durchsichtige Darstellung der gestörten Strukturen, sowie der linearen Kette bringt. Im folgenden Kapitel finden die Transportphänomene ihre Behandlung, wobei die thermische Leitfähigkeit, Gitterschwingungen und Stöße zwischen den Elektronen bei hohen und tiefen Temperaturen besonders untersucht werden. Im nächsten Abschnitt behandelt der Verfasser die magnetischen Eigenschaften der Metalle,

sowie den Ferro- und Antiferromagnetismus. Der Schluß ist der Wechselwirkung von Elektronen in Festkörpern mit Licht, den Halbleitern und der Supraleitung gewidmet.

Das Werk ist als Lehrbuch für Hörer der theoretischen Physik ausgezeichnet geeignet, bietet aber auch dem Experimentalphysiker mit Kenntnissen aus Quantentheorie viel Neues. Speziell die Behandlung der Elektronentheorie der Metalle und der thermischen Leitfähigkeit an Kristallen enthält viele Erkenntnisse aus Arbeiten des Verfassers, die bisher unveröffentlicht waren. Druck und Ausstattung stellen dem Verlag ein hervorragendes Zeugnis aus. P. URBAN, Graz

Theorie ideal plastischer Körper. Von W. PRAGER und P. G. HODGE, Jr. Ins Deutsche übertragen von F. CHMELKA. Mit 97 Textabb., X, 274 S. Wien: Springer-Verlag. 1954. Geb. S 198.—, DM 33.—, \$ 7.85, sfr. 33.80.

Mit dieser Übersetzung steht ein Buch der Plastizitätstheorie in deutscher Sprache zur Verfügung, das auch die neuesten Erkenntnisse umfaßt. An mathematischen Vorkenntnissen wird nur soviel vorausgesetzt, als für das Studium der elementaren Elastizitätstheorie notwendig ist.

Grundlage der Theorie bildet ein ideal plastisches Material, ein Stoff, der unter konstanter Spannung fließt, also keine Verfestigung zeigt. Das Buch bringt im Abschnitt I die Darstellung des mechanischen Verhaltens des Kontinuums und die Herleitung des grundsätzlichen Gleichungsapparates. Die folgenden Abschnitte befassen sich mit einer Reihe von Problemen, die vor allem für den Ingenieur von Wichtigkeit sind, und darüber hinaus mit Problemen für jene Leser, die auf diesem Gebiete Forschungsarbeit leisten wollen. Dabei bilden den Ausgangspunkt die Fachwerke und Balken, hierauf folgt eine ausführliche Darstellung der Torsion der Stäbe und weiter des ebenen Verzerrungszustandes, allgemein und bezogen auf Sonderprobleme. Abschließend werden die Extremalprinzipie dargestellt, die noch mehr als in der Elastizitätstheorie ein wirksames Hilfsmittel zur Gewinnung von Näherungslösungen schwieriger Randwertaufgaben darstellen werden.

Das Buch ist von Anfang bis zum Ende in einer klaren und übersichtlichen Form geschrieben. Es ist bis in die Einzelheiten hinein klar durchdacht. Wenn überhaupt ein Wunsch offen bleibt, so ist es der nach ausführlicheren Erläuterungen bei der Herleitung der Grundgleichungen. Für denjenigen, der sich in diesen Gegenstand erst einarbeiten will, dürfte manches in den Grundlagen etwas knapp dargestellt sein.

E. TSCHECH, Graz

Bau und Bildung der Kristalle. Die Architektonik der stofflichen Welt. Von F. RAAZ und A. KÖHLER. Mit 166 Textabb., V, 185 S. Wien: Springer-Verlag. 1953. Geb. S 96.—, DM 18.—, \$ 4.30, sfr. 18.50.

Das Büchlein der bekannten Wiener Mineralogen ist nach Anlage und Inhalt nicht unmittelbar für den Physiker bestimmt, dem es überdies nur klassische Probleme der Kristallkunde bieten würde, nicht aber auch jene neueren Fragestellungen, die mit dem Fehlbau zusammenhängen und strukturempfindliche Kristalleigenschaften anbetreffen. Wie der Untertitel „Die Architektur der stofflichen Welt“ andeutet, gilt es vielmehr, einen weiteren Kreis in die Harmonie und Ästhetik des Kristallbaues und durch ihn bedingter Stoffeigenschaften einzuführen. So erhalten wir keine wissenschaftlich-systematische Darstellung, beschwert durch Längen, die jedem Streben nach einiger Vollständigkeit notwendigermaßen anhaften müßten. Die Verfasser haben vielmehr eine essayistisch-lebhafte Schilderung gewählt und in nicht weniger als 26 Kapiteln eine Reihe von Gegenständen herausgegriffen, die den Leser von vornherein zu fesseln versprechen, wobei auch mineralogischen, geochemischen und geophysikalischen Fragestellungen

der ihnen gebührende Raum zugemessen wird. Das bewußte Eingehen auf solche zwischenfachliche Beziehungen erscheint besonders begrüßenswert, so daß das Buch namentlich Studierenden und Mittelschullehrern warm empfohlen sei.

A. SMEKAL, Graz

Philosophie der exakten Wissenschaften. Von F. RENOIRTE und A. MERCIER. (Philosophia Lovaniensis: Band VIII.) 294 S. Einsiedeln-Zürich-Köln: Benziger Verlag. Geb. sfr. 25.50, DM 24.50.

Eine systematische Darstellung der Philosophie, wie sie in den Bänden der *Philosophia Lovaniensis* angestrebt wird, muß unbedingt auf die Struktur der exakten Wissenschaften Rücksicht nehmen, die eine wichtige Grundlage jeder Philosophie bilden. Das vorliegende Werk soll nun eine Kritik und Methodologie der physikalisch-chemischen Wissenschaften geben.

In seinem ersten Teil erläutert F. RENOIRTE zunächst an Hand der Chemie und mit ihr zusammenhängende Fragen die typischen Arbeitsmethoden der exakten Wissenschaften, deren Problemstellungen und Denkmethoden in mustergültig klarer Weise herausgearbeitet sind. Selbst wenn man mit den Tatsachen vertraut ist, erhält man durch den Aspekt, unter dem sie gesehen sind, Anregungen. Die recht detaillierte Schilderung einiger Experimente kann, da sie die Klarheit der Linie nicht stört, dem Philosophen nur nützlich sein, da er etwas vom „Lokal-kolorit der Physik“ herausfühlen kann.

Der zweite Teil des Werkes, ebenfalls vom vorgenannten Autor verfaßt, bringt eine Kritik der exakten Wissenschaften, die Physik wird als deren Muster herangezogen. Der stärkste Abschnitt ist der über die Dinge und Tatsachen, insbesondere die Definition der physikalischen Eigenschaften, der Nachweis der Objektivität der physikalischen Aussagen und der Hinweis auf den Unterschied zwischen diesen und den mit der sinnlichen Wahrnehmung getroffenen ist sauber herausgearbeitet. Man erhält ein geschlossenes Bild physikalischer Methodik, allerdings liegt das Schwergewicht zu sehr auf Seiten der Phänomenologie und die neuere Physik, vor allem die theoretische, kommt etwas zu kurz. Deshalb wurde dem Werk noch ein dritter Teil angefügt, in dem A. MERCIER das Thema „Mathematische Abstraktion und Naturbeschreibung“ behandelt. Leider gelang es ihm nicht ganz, an die außerordentlich klare Darstellungsweise des ersten Teiles anzuknüpfen. Die Formulierungen sind stellenweise mißverständlich, stellenweise sogar sachlich unrichtig (die Parität bestimmt nicht die Zugehörigkeit eines Teilchens zu einer Statistik, wie auf S. 213 behauptet wird). Trotzdem kann das Anliegen des Autors, eine Kritik der modernen theoretischen Methoden gegeben zu haben, als gelungen bezeichnet werden. Besonders interessant ist die Herausarbeitung der feineren Unterschiede in der verschiedenartigen Behandlung der Zeit in den einzelnen Theorien.

In dem sehr schönen und sonst ausführlichen Literaturverzeichnis fehlt leider der Name M. BORNS, der vor allem durch die statistische Deutung der Quantenmechanik wesentlich zu dieser beigetragen hat. Als besonderes Positivum darf das sehr sorgfältig ausgearbeitete Namens- und Sachregister hervorgehoben werden.

Dem Übersetzer des dritten Teiles ist ein Fehler unterlaufen, indem er für die zu den Koordinaten kanonisch konjugierten Größen den Terminus „Momente“ verwendet, was unrichtig ist, da der Unterschied zwischen Impuls und Moment sehr wesentlich ist. Hingegen ist die Übersetzung der übrigen Teile des Werkes tadellos.

Im großen und ganzen: keine umfassende, einheitliche Zusammenschau der exakten Wissenschaften, aber ein Buch, das dem Philosophen und auch dem

Fachwissenschaftler viele Anregungen geben wird. Druck und Ausstattung sind mit der beim Verlag gewohnten Sorgfalt erfolgt und genügen höchsten Ansprüchen.
H. MITTER, Graz

Mitteilungen aus dem Forschungsinstitut für Physik der Strahlantriebe e. V. Leitung:
E. SÄNGER und I. SÄNGER-BREDT: Hefte 1 bis 3. München: R. Oldenbourg. 1955.
Preis für Heft 1 DM 18.—, Heft 2 DM 24.—, Heft 3 DM 5.20.

Unter der Leitung des bekannten Raketenphysikers Dr. Ing. SÄNGER wurde in Stuttgart ein Forschungsinstitut für Physik der Strahlantriebe eingerichtet: Die wissenschaftlichen Arbeiten dieses Institutes werden in zwanglos erscheinenden Mitteilungen vom Verlag Oldenbourg publiziert. Bisher sind die drei Hefte: 1. H. J. KAEPELER, H. G. KRAUSE, Thermodynamische Zustandsgrößen und Stoffwerte für Luft bei Dissoziationsgleichgewicht, 2. H. H. KÖLLE, Über die Wirtschaftlichkeit von Wasserdampftraketen als Horizontal-Starthilfen, 3. E. SÄNGER, Die Wege des Strahlfluges, erschienen, die einen ausgezeichneten Einblick in die interessante Tätigkeit des Forschungsinstitutes gewähren. Die Mitteilung Nr. 1 stellt eine für die physikalische Chemie, Raketen- und Feuerungstechnik sehr wertvolle Zusammenfassung, kritische Untersuchung und Ergänzung verschiedener Arbeiten über die Zustandsgrößen für Luft dar. Die Berechnungsmethoden der für 0,01, 0,1 l atm von 500⁰ bis 8000⁰ K reichenden Tabellen werden angegeben.

Die Mitteilung 2 stellt eine für die Luftfahrt praktisch sehr wichtige Untersuchung dar, in welcher die große wirtschaftliche Überlegenheit der Heißwasser-rakete als Starthilfe für Staustrahlflugzeuge bewiesen wird.

Die Mitteilung 3 gibt eine kurze Übersicht über die in der Gegenwart verwendeten Methoden des Rückstoßes und gewisse Ausblicke auf die zukünftige Entwicklung.
F. CAP, Innsbruck

Einführung in die theoretische Physik. Von C. SCHAEFER. In drei Bänden. Dritte, durchgesehene Auflage (Nachdruck). Zweiter Band: Theorie der Wärme, Molekular-kinetische Theorie der Materie. Mit 88 Textabb., XII, 660 S. Berlin: W. de Gruyter & Co. 1955. Geb. DM 42.—.

Der eben erschienene Nachdruck der 3. Auflage des 2. Bandes des bekannten Werkes von CLEMENS SCHAEFER war notwendig geworden, da die 3. Auflage seit langem vergriffen ist. Die „Einführung in die theoretische Physik“ wurde von so berufenen Fachleuten, wie MAX PLANCK wiederholt hervorragend beurteilt, daß dem Referenten nichts hinzuzufügen übrigbleibt, umso mehr als es sich hier um einen unveränderten Abdruck handelt.
P. URBAN, Graz

Mesons and Fields. Band I: Fields. Von S. S. SCHWEBER, H. A. BETHE und F. DE HOFFMANN. Evanston/Illinois: Row, Peterson and Company. 1955.

Nummehr liegt auch der 1. Band der „Mesonen und Felder“ vor, der später als der 2. Band erschienen ist. Er ist im wesentlichen der Entwicklung der modernen Feldtheorie gewidmet und behandelt, soweit als möglich, in einfacher Weise alles Wesentliche. In der Terminologie wird die FEYNMANSche Bezeichnungsweise vorgezogen, welche auch der Rezensent als vorteilhaft betrachtet. Die große Fülle des Stoffes nötigt zu einer Auswahl des zu Besprechenden. Hier wäre vor allem die Positronentheorie von FEYNMAN als sehr geglückt anzusehen. Sie bringt in kurzen Zügen äußerst klar die FEYNMANSchen Formulierungen, sowohl in nichtrelativistischer als auch in relativistischer Betrachtung und erklärt die Wirkung der Kerne an Hand von den sehr anschaulichen Bildern, welche schon FEYNMAN in seiner Originalarbeit eingeführt hat. Die Behandlung der Impulsdarstellung bringt dann

die komplexe Integrationsmethode mit ihren charakteristischem Ausweichen des Integrationsweges, welche schon SOMMERFELD bei der Behandlung des Photoeffektes verwendet hat. Hierbei wäre auf das Fehlen eines Minuszeichens in der Formel (43) auf Seite 64 hinzuweisen. Dasselbe gilt für Formel (73) auf Seite 70, woselbst der erste Term auf der rechten Seite negativ zu nehmen ist. Bei den Anwendungen der FEYNMANSchen Theorie wird vor allem die Streuung behandelt, mit welchem Problem sich der Referent schon seit Jahren befaßt. Hier ist von Formel (1) an auf Seite 71 statt M_2 überall M_1 zu setzen. Sehr klar und durchsichtig kann die Behandlung des gebundenen Zustandes angesehen werden, in ihrer Rückführung auf den Streuprozess, während bei der MÖLLER-Streuung die dort gegebenen Diagramme etwas rasch überschlagen werden, außerdem einige Hinweise auf frühere Kapitel entstellt sind. In der Feldtheorie (2. Teil) wird zuerst der allgemeine Formalismus von LAGRANGE behandelt und hierauf auf die verschiedenen Typen der Felder angewandt. Bei der Behandlung der Wechselwirkung wird vor allem auf die seinerzeit von BETHE angegebenen fünf Invarianten Rücksicht genommen und alle Kopplungen ins Auge gefaßt. Hier findet der Leser auch Hinweise auf die verschiedenen anderen Theorien, wie z. B. auf die nichtlokalen Theorien die sehr klar herausgearbeitet werden. Nach diesen mehr klassischen Betrachtungen wird die Feldquantisierung vorgenommen und hierbei sowohl HEISENBERG- als SCHRÖDINGER-Darstellungen in ihrem Wechselwirken erörtert. Die Einführung des Anzahloperators und die Behandlung des Spinorfeldes muß ebenfalls als besonders gelungen hervorgehoben werden. Es ist fast unmöglich, das riesige Gebiet, welches behandelt wird, im einzelnen zu diskutieren, wie ich schon eingangs erwähnt habe. Abschließend kann gesagt werden, daß sowohl die Auswahl als auch die Darstellung des behandelten Stoffes als sehr treffend anzusehen ist. Die äußerst klare Art der Darstellung, welche auf eine Redaktion von H. A. BETHE schließen läßt, ermöglicht es auch Nichtspezialisten in dieses äußerst interessante und noch jüngere Gebiet der theoretischen Physik einzudringen. Druck und Ausstattung des Werkes sind ebenfalls vorbildlich, so daß der Erfolg sicherlich nicht ausbleiben wird.

P. URBAN, Graz

Arbeitsverfahren und Stoffkunde der Hochvakuumtechnik, Technologie der Elektronenröhren. Von H. STEYSKAL. (Physikalische Schriften: Heft 3.) Mit 47 Abb., 28 Tab. und Diagrammen, 185 S. Mosbach/Baden: Physik Verlag. 1955. DM 14.40.

Obgleich auf dem Gebiet der Röhrentechnologie eine Fülle ausgezeichnete Literatur existiert, läßt sich nicht leugnen, daß das vorliegende Werk geeignet ist, gewisse Lücken zu schließen. Sein besonderer Wert liegt einerseits in seiner zweckmäßigen Stoffauswahl und Gliederung, andererseits in einer größeren Zahl von speziellen Hinweisen, die es besonders dem mit Entwicklungsaufgaben betrauten Praktiker des Röhrenbaues willkommen sein lassen. Demgegenüber tritt vielleicht der vom Verfasser angedeutete mehr literarische Zweck, zu den umfassenden Spezialwerken der Röhrentechnologie hinzuführen, bzw. diese hinsichtlich neuerer Ergebnisse zu ergänzen, etwas in den Hintergrund. An eine Zusammenstellung der für den Röhrenbau bedeutenden Materialien, getrennt nach Metallen und Isolatoren, unter Angabe ihrer wichtigsten physikalischen und chemischen Daten, röhrentechnischen Eigenschaften und Verwendungsmöglichkeiten, Handelsorten und -formen sowie geeigneter Bearbeitungsmethoden schließt sich ein Kapitel über die Verbindung von Bauteilen, in welchem die eigene praktische Erfahrung des Verfassers besonders zum Ausdruck kommt. Hierauf wird der Aufbau von Elektronenröhren etwas kursorisch erledigt und auf der Oberflächenbehandlung von Werkstoffen (Entfetten, Beizen u. dgl.) näher eingegangen. Ein eigenes

Kapitel ist der Elektronenemission gewidmet, bei welcher Gelegenheit mancher Leser vielleicht gerne etwas mehr über die Verhinderung unerwünschter Emission erfahren hätte. Schließlich werden in den letzten Kapiteln Evakuierungsprobleme, Methoden der Erhitzung von Werkstoffen, Getterung und Verwendung von Schutzgasen besprochen. Vollständigkeit in Einzelheiten wurde nicht angestrebt, wie der Verfasser, einer alten Gepflogenheit folgend, im Vorwort ausdrücklich bemerkt und kann bei einem Umfang von 180 Seiten kaum erwartet werden. Trotzdem wurde eine Abgeschlossenheit in gewissem Sinn erzielt, was der wohl durchdachten Stoffeinteilung des Buches zu danken ist, welches übrigens durch die umfangreichen Literaturverzeichnisse hinter den einzelnen Kapiteln wesentlich gewinnt. Rein äußerlich fällt der nette und saubere Plastikfolieneinband auf, von dem zu hoffen ist, daß er in Zukunft weitere Verbreitung findet. L. HANKE, Graz

Messen und Rechnen in der Physik. Grundlagen der Größeneinführung und Einheitenfestlegung. Von U. STILLE. Mit 6 Textabb., 35 Tafeln und 54 Tab., VIII, 416 S. Braunschweig: F. Vieweg & Sohn. 1955. Geb. DM 54.—.

Die Bildung von Begriffen und die Einführung von Größen bestimmen die Darstellung von physikalischen Zusammenhängen und ermöglichen erst die Verwendung von experimentell oder theoretisch gefundenen Daten. Die Wahl von Größe und Einheit wird nach Zweckmäßigkeit Gesichtspunkten vorgenommen und unterliegt der Konvention. Überblickt man die Handbücher und Lehrbücher sowie die Publikationen, so sieht man sofort, daß ein Einvernehmen auf diesem Gebiete noch nicht erreicht ist. Es treten in der Darstellung physikalischer Vorgänge weitgehende Verschiedenheiten auf, welche das Studium der einschlägigen Literatur oft sehr erschweren. WALLÖT war der erste, der Ordnung auf diesem Gebiete schaffen wollte und durch Gründung der AEF (Ausschuß für Einheiten und Formelgrößen) einleitete. Das vorliegende Werk versucht Klarheit auf diesem Gebiete zu schaffen und das erste Mal in kompendiöser Form alle Fachgebiete übersichtlich zusammenzustellen. Nach einer Einführung und Begriffsbestimmung behandelt der Verfasser Mechanik, Wärme und Strahlung, Elektrizität und Magnetismus und Akustik und Phonometrie. Hieran schließt sich eine Übersicht über die Werte der verwendeten Konstanten sowie am Schluß 35 Tafeln, die in übersichtlicher Weise das Material zusammenstellen. Der Sonderstellung, welche die heutige Quantenmechanik einnimmt, wird ebenfalls Rechnung getragen. Den Abschluß bildet ein ausführliches Literaturverzeichnis und Sachregister. Druck und Anlage des Werkes sind als mustergültig zu bezeichnen. Es kann jedem Techniker und Physiker nur wärmstens empfohlen werden. H. ZINGL, Graz

Vorlesungen über Orthogonalreihen. Von F. G. TRICOMI. Übersetzt und zum Druck bearbeitet von F. KASCH. (Grundlehren der mathematischen Wissenschaften: Band LXXVI.) Mit 13 Textabb., VIII, 264 S. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer-Verlag. 1955. DM 34.—, geb. DM 37.60.

Die moderne theoretische Physik bedient sich bekanntlich häufig der Methode der Entwicklung einer Funktion nach einem vollständigen System orthogonaler Funktionen. Hierbei spielen natürlich trigonometrische Reihen und orthogonale Polynome eine wichtige Rolle. Das zu referierende Werk des bekannten italienischen Mathematikers unternimmt die dankenswerte Aufgabe, den Leser mit den wichtigsten Prinzipien der Theorie vertraut zu machen und man kann sagen, daß dieses Ziel in klarer und verständlicher Form erreicht wurde. An Vorkenntnissen setzt der Verfasser die Grundzüge der Theorie der Reihen und der Infinitesimalrechnung voraus, also die Kenntnisse eines Studierenden nach etwa vier Semestern. Nach

einem allgemeinen Überblick über die Theorie orthogomaler Systeme werden in den ersten zwei Kapiteln die Grundlagen der trigonometrischen Reihe gebracht. Im dritten Kapitel werden die Eigenschaften dieser Reihen, wie z. B. die absolute Konvergenz und die verschiedenen Summationsverfahren behandelt. Dann folgt im vierten Kapitel ein Überblick über die allgemeinen Eigenschaften orthogomaler Polynome, dem sich in den letzten zwei Kapiteln 5 und 6 die Behandlung orthogomaler Polynome im endlichen und unendlichen Grundintervall anschließen.

Das Erscheinen des Werkes ist vom Standpunkt des Studiums der theoretischen Physik wärmstens zu begrüßen und kann unseren Studierenden bestens empfohlen werden.

P. URBAN, Graz

Algebra. VON B. L. VAN DER WAERDEN. Unter Benutzung von Vorlesungen von E. ARTIN und E. NOETHER. I. Teil. Vierte Auflage der „Modernen Algebra“. (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen mit besonderer Berücksichtigung der Anwendungsgebiete: Band XXXIII.) VIII, 292 S. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer-Verlag. 1955. Geb. DM 29.60.

Unter dem gekürzten Titel erschien nun die vierte Auflage des ersten Teiles der „Modernen Algebra“, die die besondere Darstellungskunst des Verfassers zu einem der bekanntesten Werke der mathematischen Literatur machte. Das Buch, dessen ausführliche Besprechung sich aus diesem Grund wohl erübrigt, hat in Zielsetzung und Anlage seinen Charakter in allen Auflagen bewahrt: Der vorliegende Teil bringt eine Einführung in die drei großen Gebiete „Gruppentheorie“, „Körpertheorie“ und „Bewertungstheorie“, wobei diese Abschnitte möglichst unabhängig voneinander entwickelt werden. Nicht nur für den Mathematiker ist das Buch ein Standardwerk, wenn man an die Anforderungen denkt, die die moderne theoretische Physik in mathematischer Hinsicht in immer steigendem Maß stellt.

Gegenüber der im Jahr 1950 erschienenen dritten Auflage sind nur geringfügige Änderungen zu verzeichnen: Die Definition eines hyperkomplexen Systems wurde etwas anders gefaßt. Ferner wurde in der Theorie der Kreisteilungsgleichung auch der Fall allgemeinerer Grundkörper (statt des Körpers der rationalen Zahlen) betrachtet.

A. FLORIAN, Graz

Algebra. VON B. L. VAN DER WAERDEN. Unter Benutzung von Vorlesungen von E. ARTIN und E. NOETHER. II. Teil. Dritte Auflage der „Modernen Algebra“. (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen mit besonderer Berücksichtigung der Anwendungsgebiete: Band XXXIV.) VIII, 224 S. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer-Verlag. 1955. Geb. DM 29.60.

Das Buch weist gegenüber der 1940 erschienenen zweiten Auflage der bestens bekannten „Modernen Algebra“ nahezu keine Änderungen auf. Es ist das Standardwerk für die Einführung in drei große Gebiete der Algebra geblieben: die Idealtheorie (allgemeine Idealtheorie der kommutativen Ringe, Theorie der Polynomideale und der ganzen algebraischen Größen); die lineare Algebra (aufbauend auf der Theorie der Gruppen mit Operatoren, wie sie im I. Band entwickelt wird und unter Verzicht auf einen Teil des klassischen Bestandes, etwa der Determinantentheorie, wofür jedoch andere ausgezeichnete Darstellungen existieren); die Theorie der Algebren einschließlich ihrer Darstellungstheorie, worin ja auch die der endlichen Gruppen enthalten ist.

A. FLORIAN, Graz

Variational Principles in Dynamics and Quantum Theory. Von W. YOURGRAU und ST. MANDELSTAM. Mit 9 Textabb., IX, 155 S. London: Sir I. Pitman & Sons, Ltd. 1955. 25 s.

Der historischen Entwicklung folgend, schildert das Buch die Entstehung der Variationsprinzipie (Integralprinzipie) der Physik.

Angefangen von ersten Ansätzen bei griechischen Naturphilosophen sieht man, wie FERMAT und MAUPERTUIS ähnliche, vielfach noch metaphysische Gedanken wiederaufnahmen, wie zuerst EULER und LAGRANGE dem Prinzip der kleinsten Aktion eine klare mathematische Fassung gaben und Bewegungsgleichungen herleiten konnten. Auf die fruchtbaren Gedanken HAMILTONS und die Ausbildung einer geschlossenen mathematischen Theorie durch JACOBI wird im folgenden eingegangen, ein Kapitel über Elektrodynamik in HAMILTONScher Form fügt sich an.

Zwei Abschnitte behandeln die Beziehungen der Variationsprinzipie zur Quantenmechanik, und zwar zur älteren BOHR-SOMMERFELDSchen Theorie, und zeigen wie SCHRÖDINGER ursprünglich zu seiner Gleichung gelangte.

Über Bedeutung und Einfluß der Variationsprinzipie in Naturwissenschaft und Philosophie berichtet ein abschließendes Kapitel.

Die mathematischen Ausführungen beschränken sich durchwegs auf Prinzipielles. Dem historisch und philosophisch interessierten Leser wird das Buch eine anregende Lektüre bieten.

H. NEUER, Graz

Fortsetzung von der II. Umschlagseite

Zusammenfassungen: Der Abhandlung vorangestellt wird eine zusammenfassende Übersicht in Kleindruck. Sie dient als einführender erster Überblick für den Leser und als Vorlage für die Referenten der Referatenblätter. Die Übersicht soll trotz gedrängter Darstellung alles enthalten, was der Verfasser an seiner Arbeit in bezug auf Problemstellung, Methodik und Ergebnisse für unerlässlich zu ihrer Beurteilung hält. Zu einer Beurteilung auch durch den Nichtfachmann!

Tabellen: Die Übersichtlichkeit einer Tabelle und damit das Erreichen ihres Zweckes kann sehr gefördert werden durch Sorgfalt in der Wahl der Überschriften sowohl für die Tabelle als Ganzes als für die einzelnen Zeilen und Kolonnen. Die gewählten Einheiten müssen klar ersichtlich, die Abkürzungen verständlich sein.

Abbildungen: Sie müssen, wenn auch nur skizziert, doch so weit ausgeführt sein, daß für den dem Thema fernstehenden Verlagszeichner keine Unklarheiten bestehen. Jede Zeichnung ist zu beschriften; die Beschriftung soll das Lesen der Zeichnung auch ohne langes Suchen im Text ermöglichen. Sie ist, als Beschriftung der Abb. Nr. ... kenntlich gemacht, an der gewünschten Stelle des Textes einzufügen. Die Zeichenvorlage ist der Abhandlung auf gesondertem Blatt, das zwecks Vermeidung von lästigen Verwechslungen durch Autorennamen und Arbeitstitel gekennzeichnet sein soll, beizulegen. Man vergesse nicht, daß Figurenwiedergabe und Textherstellung zwei gesonderte Arbeitsgänge sind, die erst nach der ersten Korrektur zusammenlaufen.

Formeln: Der Setzer versteht im allgemeinen nichts vom Sinn der Formeln und hält sich genau an die Vorlage. Korrekturen an gesetzten Formeln bedingen einen unverhältnismäßig großen Aufwand an Mehrarbeit. Unverhältnismäßig in bezug auf die geringe Mehrarbeit, die der Verfasser hat, wenn er Buchstaben und Formelzeichen deutlich und unmißverständlich schreibt, bzw. malt. — Die Formelzeichen sollen womöglich den AEF-Normen entsprechen oder den in den beiden Handbüchern der Physik verwendeten Zeichen angeglichen sein. — Längere mathematische Ableitungen sollen gegebenenfalls in einem mathematischen Anhang zusammengestellt werden; soweit gekürzt, daß der Fachmann den Rechengang übersehen und eventuell kontrollieren kann. Im Text ist raumsparende Schreibweise anzu-

wenden, also $(a + b)/c$ statt $\frac{a+b}{c}$ oder $e^{-E/kT}$ statt $e^{-\frac{E}{kT}}$.

Zitate ebenso wie Anmerkungen werden als Fußnoten mit durch die Arbeit fortlaufender Numerierung (zur Erleichterung der Rückverweisung, bzw. zur Vermeidung unnötiger Wiederholungen) gebracht. Als Zitatmuster (vergleiche die Handbücher oder die S.-B. der Akademie): A. J. DEMPSTER Nature 136, 180 (1935).

Autorenkorrekturen, das heißt nachträgliche Textänderungen, werden, soweit sie 10% der Satz-kosten überschreiten, den Verfassern in Rechnung gestellt.

Herausgeber, Schriftleitung und Verlag

Wir suchen für interessante Arbeiten auf dem Transistoren-Gebiet
**mehrere Physiker sowie
einen Chemiker (Fachrichtung anorganische Chemie) oder
Physiko-Chemiker**

Es handelt sich vor allem um schwierige experimentelle Arbeiten.
Günstige Arbeitsbedingungen (5-Tage-Woche). Ausführliche Bewerbungen an: **INTERMETALL, Düsseldorf, Königsallee 14—16**

Bei der Schriftleitung sind folgende Beiträge eingelangt:

(Änderungen in der Reihenfolge bei der Veröffentlichung müssen aus technischen Gründen vorbehalten bleiben.)

- Grümm, H. und H. Spurny. Beispiele streng berechenbarer Ionen- und Elektronenbahnen im ebenen elektrostatischen Feld . . . 15. IX. 1955
- Blaha, F., S. Marinelli und E. Schmid. Bearbeitungserholung von aus der Schmelze gezogenen Cadmium-, Zink- und Aluminium-Kristallen . . . 9. III. 1956
- Adler, H. und F. Stegmüller. Zur Lumineszenz von Natriumchlorid . . . 3. V. 1956
- Gustafson, W. A. and M. Z. v. Krzywoblocki. On Multiplicity Theorems and an Exact Solution in Diabatic Flow . . . 18. V. 1956
- Baumann, K. Bremsstrahlung von neutralen Vektorteilchen mit anomalem magnetischem Moment . . . 29. V. 1956
- Hittmair, O. Reduzierte Stripping-Breite und Schalenmodell . . 20. VI. 1956
- Lang, K. Die Druckverbreiterung im Argonspektrum . . . 29. VI. 1956

SPRINGER-VERLAG IN WIEN I

Einführung in die mathematische Statistik. Von Dr. Leopold Schmetterer, Professor an der Universität Wien. Mit 13 Textabbildungen. XXIII, 405 Seiten. Gr.-8°. 1956.

Ganzleinen S 294.—, DM 49.—, sfr. 50.10, \$ 11.65

Ein einführendes modernes Lehrbuch der mathematischen Statistik, das sich in erster Linie an den Mathematiker und an den mathematisch interessierten Statistiker wendet, hat in der deutschsprachigen Fachliteratur bisher gefehlt. Diesem fühlbaren Mangel entsprechend hat der Verfasser, gestützt auf seine Vorlesungen an der Wiener Universität, das vorliegende Werk geschrieben, in dem er ausführlich auf die Ergebnisse der großartigen Entwicklungen der letzten 25 Jahre eingeht, die freilich zum großen Teil schon als klassisch bezeichnet werden können und mit den Namen FISHER, PEARSON und insbesondere NEYMAN verknüpft sind. Darüber hinaus enthält das Buch auch neuere Ergebnisse, die sich bisher wohl kaum in einer zusammenfassenden Darstellung finden. Dem Studierenden soll mit diesem Buch die Möglichkeit geboten werden, sich mit den Grundlagen vertraut zu machen und jene Voraussetzungen zu erwerben, die für ein tieferes Eindringen in die Materie erforderlich sind. Eine Gegenüberstellung der deutschen Ausdrücke und der analogen Termini der englischen Literatur im Anhang bildet einen nützlichen Behelf für das Studium der fremdsprachigen Literatur.

Zu beziehen durch jede Buchhandlung